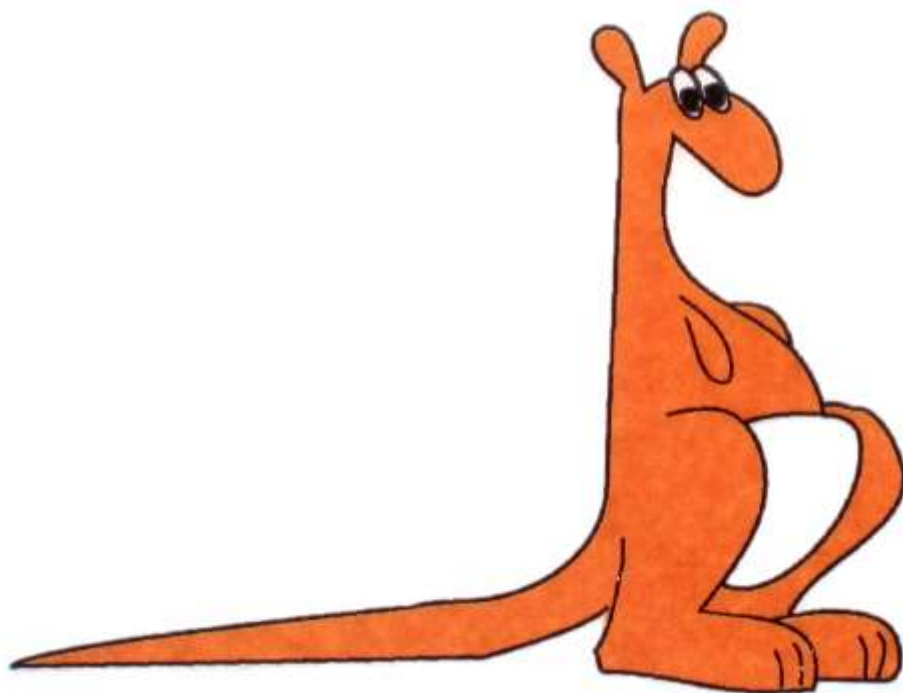


Kengurukonkurransen 2023

«Et sprang inn i matematikken»

Cadet (9.–10. trinn)

Fasit og korte løsningsforslag



MATEMATIKKSENTERET

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen



Fasit med korte kommentarer

Mange matematiske problem kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

3 poeng

1. (E)



Den delen som mangler må ha tre loddrette linjer med ulik avstand og tre vannrette linjer med lik avstand.

2. (A)

Du kan ikke dele trekanten med ei rett linje og få to trapeser.

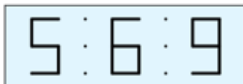
3. (E) 4 eller 12

Mellom de to hullene blir tre tall dekket av den grå skiva. Mellom 8 og 12 er 9, 10 og 11 dekket. Mellom 4 og 8 er tallene 5, 6 og 7 dekket.

4. (B) 12

Summen av de to tallene langs motstående sider må være den samme.
 $8 + 13 = 21$ og derfor må 12 erstatte spørsmålsteget fordi $9 + 12 = 21$.

5. (C)



6. (D)



Denne brikken består av 5 små kvadrater, og 5 er ikke faktor i tallet 24 som er antall små kvadrater i spillebrettet.

7. (B) 15

10 % av brikkene tilsvarer 15 brikker. 40 % tilsvarer 60 brikker som har den blå siden opp. Halvparten av 150 brikker er 75, og da må John snu 15 av de nåværende brikkene som har den røde siden opp.





8. (D) 10

Hvis brikkene nummereres 1 – 5 hvor 1 er den minste og 5 er den største, kan Anna bygge følgende tårn:

1,2,3 - 1,2,4 - 1,2,5 - 1,3,4 - 1,3,5 - 1,4,5

2,3,4 - 2,3,5 - 2,4,5

3,4,5

4 poeng

9. (E) 7

Summen av tallene fra 1 – 8 er 36. Det betyr at summen av tallene i hver rad må være 18, og summen av tallene i hver kolonne må være 9.

6	4	1	7
3	5	8	2

10. (E)

♡△♡

Sifferet som står på hundrerlassen endres, og det betyr at det skjer en overgang fra en hundrer til den neste. Da må ♠ må stå for 9 som igjen betyr at $\triangle = 0$ og at \square må stå for 1. Tallene i tallfølgen blir da 199, 200, 201 og 202.

11. (C) 18

Hvis r står for lengden av radiusen i sirklene, kan vi skrive:

$$6r + 12 + 12 = 4r + 22 + 16 + 22 \text{ som gir } r = 18.$$

12. (B) 3



13. (C) 6

6, 9, 14, 41, 77 og 111

14. (D) 70°

$$\angle ACB = \angle BAC = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ.$$

$$\text{I } \triangle FAC \text{ er } \angle CFA = 180^\circ - \angle ACF - (70^\circ - \angle ACF) = 110^\circ.$$

$$\angle CFE = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$





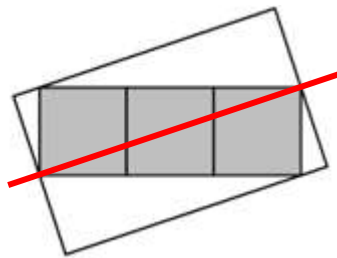
15. (D) 40

En måte å løse oppgaven på er å slå sammen blinkene til Tom og John. Det vil gi følgende 12 treff: 4 treff i den innerste ringen, 4 treff i den neste og 4 treff i den ytterste ringen. Dette er det dobbelte av Lily sine treff. Vi vet at Tom og John til sammen har fått $46 + 34 = 80$ poeng, og da må Lily ha fått halvparten så mange poeng, dvs. 40.

16. (D) 150 cm^2

Hvis vi tegner en hjelpestrek mellom midtpunktene til de to kortsidene i rektanglet, halveres både det hvite rektanglet og det grå rektanglet. Grunnlinja i de to grå trekantene er like lang som den lengste sida i det hvite rektanglet. Høyden i de to grå trekantene har lik lengde med de korte sidene i de to små rektanglene. Det vil si at arealet til en grå trekant er halvparten av arealet til et lite hvitt rektangel.

Det igjen betyr at det hvite rektanglet har dobbelt så stort areal som det grå. Det grå rektanglet har areal 75 cm^2 , og da må arealet til det hvite rektanglet være 150 cm^2 .



5 poeng

17. (A) 4

Legger vi sammen tallene fra 1, 2, ... 2023, vil summen bli for høy, og derfor må tallfølgen starte med negative tall. I tallfølgen $-1011 \dots 1011$ vil summen av alle tallene være lik 0. Ved justering $-1010 \dots 1012$, hvor summen av tallene $-1010 \dots 1010$ nuller ut hverandre, står vi igjen med 1011 og 1012 som gir sum 2023. Summen av sifrene i 1012, $1 + 0 + 1 + 2 = 4$.

18. (C) $\frac{180}{19} \text{ cm/min}$

Vi setter lengden til sidekantene i trekanten til å være x og kan skrive:

$$\frac{x}{5} \text{ min} + \frac{x}{15} \text{ min} + \frac{x}{20} \text{ min} = \frac{19x}{60} \text{ min.}$$

Til sammen går mauren en lengde lik $3x$ og gjennomsnittsfarten blir da $\frac{3x \text{ cm}}{\frac{19x}{60} \text{ min}}$

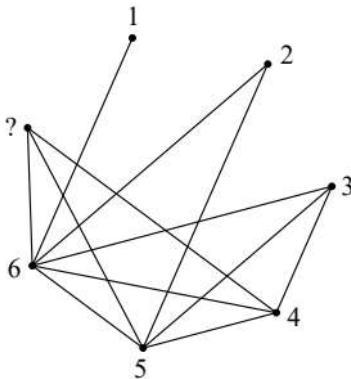
$$= \frac{180}{19} \text{ cm/min}$$





19. (C) 3

Antall parti som ble spilt på mandag kan illustreres ved hjelp av ei tegning:



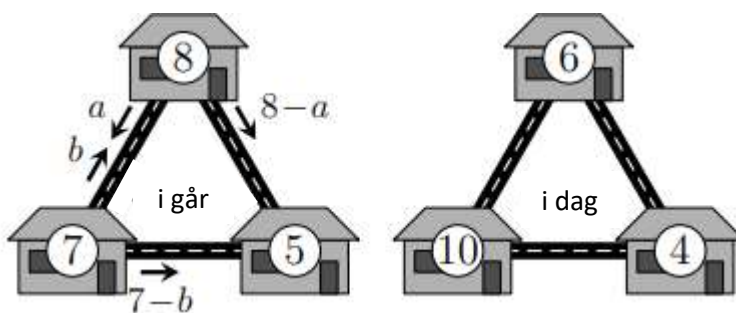
Guro, merket med ? på tegningen, må ha spilt 3 parti.

20. (D) 17.

Det må minst være 28 personer i køen, og Martin kan ikke stå lenger bak enn på plass nummer 18. 3 er ikke en faktor i 28, og heller ikke en faktor i 29. Ettersom det står like mange personer foran Martin som det står bak han, må det være et oddetalls antall personer i køen. Så selv om 30 er et multiplum av 3, kan ikke det være antallet i køen. 33 er et multiplum av 3, og når Martin står midt i, står Martin som nummer 17.

21. (B) 11

Vi leter etter $a + b$. Antall mus som dro til det tredje huset er $8 - a$ og $7 - b$. Ut fra det andre bildet vet vi at 4 mus dro til det tredje huset slik at: $(8 - a) + (7 - b) = 4$ som gir at $a + b = 8 + 7 - 4 = 11$.





22. (E) 6

2023 har sifferet 3 på enerplassen.

Da må det være ni 7-ere fordi $7 \cdot 9 = 63$.

Det gir minnetall 6 til tierplassen.

Summen av sifrene på tierplassen må ende på 6 for at $6 + 6$ skal ende på 2.

Da må vi ha åtte 7-ere fordi $7 \cdot 8 = 56$.

Tilsvarende resonnement for sifrene på hundrerplassen.

777
777
77
77
+ 77
77
77
77
<u>7</u>
2023

23. (A) 18

Vi vet at de seks tallene er påfølgende tall og det finnes kun fire muligheter:

3....8, 4....9, 5....10 og 6....11.

Summen 23 kan vi ikke få med tre tall fra 3....8, og summen 17 kan vi ikke få med tre tall fra 5....10 og 6....11. Tallene på brikkene må være 4....9, og summen av tallene på baksiden av brikkene vi ser på bildet blir da $4 + 5 + 9 = 18$.

24. (C) 24

Gjennomsnittet av den sjuende, åttende og niende runden var $(24 + 17 + 25) : 3 = 66 : 3 = 22$ poeng. Det betyr at gjennomsnittet av de seks første kampene var mindre enn 22 poeng.

I løpet av de 6 første kampene kunne laget ha skåret $22 \cdot 6 - 1 = 131$ poeng.

Etter 10 kamper må gjennomsnittet ha vært mer enn 22 poeng, dvs. laget må minst ha skåret $10 \cdot 22 + 1 = 221$ poeng. Det minste antall skåringer i den siste kampen er $221 - 131 - 66 = 24$ poeng.





Rettingsmal

Rett svar på hver av oppgavene:

- 1 – 8 gir 3 poeng
- 9 – 16 gir 4 poeng
- 17 – 24 gir 5 poeng

Oppgave	A	B	C	D	E	Poeng
1					E	3
2	A					3
3					E	3
4		B				3
5			C			3
6				D		3
7		B				3
8				D		3
9					E	4
10					E	4
11			C			4
12		B				4
13			C			4
14				D		4
15				D		4
16				D		4
17	A					5
18			C			5
19			C			5
20				D		5
21		B				5
22					E	5
23	A					5
24			C			5
Høyeste mulige poengsum (Cadet)						96



