2015

Unge Abel

NMCC

Prosesslogg

Nord-Trøndelag, Norge
27.03.2015

Innhold

UngeAbel logg

Da vi fikk vite at vi var videre i UngeAbel, brukte vi lang tid på å bestemme oss om vi skulle delta. Vi kom til slutt fram til at vi ville prøve. Det som fikk oss til å si ja, var at andre lærere og rektor var veldig positiv til dette. Vi hadde også en avstemning i klassen, og da stemte to tredjedeler av klassen ja. Vi arbeidet med UngeAbel i de fleste mattetimene, naturfagstimene og noen norsktimer, gjennomsnittlig fem timer i uken. I tillegg hadde vi en hel mattedag da vi egentlig hadde fri på grunn av planleggingsdag. Av timeplantekniske grunner kunne vi ikke ha halve dager med matematikk, så derfor skriver vi logg ut fra hver uke.

Helt fra starten av åttende klasse har vi hatt ukas problem, en problemløsningsoppgave, en gang i uken. Dette har gjort at vi er blitt flinke til å se løsninger på oppgaver, det har lært klassen å tolke oppgaver og begrunne svar.

I **uke 7** begynte vi litt med UngeAbel. Vi fikk i lekse å telle pinner og finne sammenhenger. Noen skjønte ikke oppgaven helt i starten, men ble forklart hva oppgaven gikk ut på. Den første leksen vi fikk om pinnetrappen, var oppgave Aa. Deretter fikk vi oppgave Ab i lekse. Da vi kom på skolen, diskuterte vi oppgavene muntlig og fant ut at vi burde starte med noe enklere. Deretter fikk vi en oppgave, bjelkeoppgaven, som var veldig lik pinnetrappoppgaven. Vi brukte den som en øvingsoppgave. Vi diskuterte svarene våre først to og to, deretter i større grupper. Vi ble delt opp i grupper på fire og fire etter hvordan vi satt i klasserommet, dvs. heterogene grupper.

I **uke 8** hadde vi vinterferie.

I **uke 9** fikk vi i lekse å tegne de ti første figurtallene og telle samlet antall pinner både i Aa og Ab. Vi arbeidet i gruppene med oppgavene, og la fram for klassen alle de ulike metodene vi hadde kommet fram til. Slik samlet vi alle de forskjellige metodene. Vi framførte løsningene våre og fortsatte framføringene i **uke 10** fordi vi ikke ble ferdige. Etter alle framføringene kom det fram at det var noen som ikke skjønte det gruppene framførte. Læreren vår bestemte seg da for å samle dem det gjaldt, slik at de kunne danne Gruppe Ny som fikk ekstra hjelp av en lærer til å starte på nytt. De fant løsninger og presenterte dem for klassen slik de andre gruppene hadde gjort.

Onsdagen i **uke 11** hadde lærerne planleggingsdag. Da hadde alle elevene på skolen fri, bortsett fra 9A. Vi brukte dagen til å jobbe med UngeAbel. Dagen startet med at alle gruppene lagde plakater hvor de skrev hva de hadde kommet fram til. De gruppene som fikk tid, begynte også å lage plakater der de forklarte hva de andre gruppene hadde funnet ut fra notatene de hadde tatt fra framføringene. Vi gikk deretter rundt og studerte plakatene og stilte spørsmål når det var noe vi ikke skjønte.

I økt 2 denne dagen begynte to grupper à fire elever å samordne resultatene klassen hadde kommet fram til i timene. Da var plakatene til god hjelp. Den ene gruppen tok for seg Aa, den andre Ab. Elevene som var igjen i klassen, begynte på oppgave Ba og Bb. De brukte internett og prøvde å finne forslag til figurer som vokste etter et bestemt mønster. Alt de fant ble skrevet ned til videre bruk når vi starter med hovedarbeidet del B. I den daglige matematikken holdt vi på med volum. For å gjøre noe praktisk brettet vi terninger av ulik størrelse. Vi brukte A3, A4 og A5 ark. Kanskje terningene kan brukes på del B? Hvis noen ble arbeidsledige underveis, lå det arbeidsoppgaver om figurtall i klasserommet. Det var en fortsettelse på det vi gjorde i åttende klasse da vi lærte om kvadrattall, kubikktall, trekanttall og rektangeltall.

Første timen i **uke 12** jobbet vi med Excel og GeoGebra. Alle fikk en PC hver slik at vi kunne videreføre det vi hadde lært i Excel. GeoGebra var nytt for oss. I andre time i uke 12 kom skrivegruppene med første utkast til rapport. Dette utkastet ble gitt til alle elevene i klassen slik at de kunne komme med kommentarer. Mange syntes at de lengste formlene var vanskelige. Ettersom siste halvdagsprøve viste at det var behov for å øve mer på å finne verdien av uttrykk, brukte vi uttrykkene til å sette inn figurnummeret for å se om vi fikk riktig antall pinner. Vi ble også oppfordret til å bruke lærerboka vår, SIRKEL, som har oversikt og oppsummering hvis vi lurte på noe. Vi hadde også problem med den doble parentesen og ble tipset om at boka SINUS 1T har eget avsnitt om regnerekkefølge.

I **uke 13** har vi jobbet med loggen og fagrapporten. Medelever og lærere har gitt respons etter hvert. Alle har vært med og bidratt med noe til besvarelsen. Vi har prøvd å få med flest mulig lengst mulig. Vi er alle godt fornøyde med hvordan vi har løst oppgaven. Vi har lært om samarbeid og samhold, for hvis ikke alle hadde bidratt, hadde vi ikke klart det vi har klart hittil. Underveis har den enkelte i klassen utviklet matematikkunnskapen sin. Vi synes UngeAbel har vært spennende, utfordrende og lærerikt.

2015

Unge Abel

NMCC

Prosesslogg

Akselsen Tonny Kato
Nord-Trøndelag, Norge
27.03.2015

Faglig rapport

Innledning:

Vår oppgave var å finne en sammenheng mellom figurnummeret og antall pinner både til omkrets (Aa) og hele figuren (Ab) i en pinnetrapp.

I starten fikk vi oppgaven som grublelekse mellom to matematikktimer. Da vi kom på skolen igjen, delte hele klassen seg i fire og fire med at halvparten av elevene som satt på parpulter snudde seg rundt mot de to bak. Vi ble fem heterogene grupper. Gruppene snakket i lag og ble enige om sine svar på oppgaven. Alle gruppene framførte sine løsninger med presentasjoner og tegning på tavlen for resten av gruppene. På grunn av mye sykdom i klassen i en periode ble flere av gruppene omrokkert underveis. Ved en avstemning i klasserommet ble det bestemt at vi skulle bruke «n» som variabel i stedet for andre bokstaver.

UngeAbel oppgave Aa

Gruppenes arbeid

Gruppe 1, 2, 3 og 4

Alle gruppene ovenfor arbeidet på samme måte. Først telte vi opp hvor mange pinner det var i omkrets rundt hver figur. Vi stilte opp tallene i en tabell. Vi laget en kolonne for figurnummeret og en kolonne for antall pinner rundt. Så laget vi en kolonne der vi skrev økningen fra figurnummer 1 til 2, 2 til 3, 3 til 4 osv.

Fig. Nr.	1	2	3	4	5
#Pinner rundt	4	8	12	16	20
Økning	+4	+4	+4	+4	

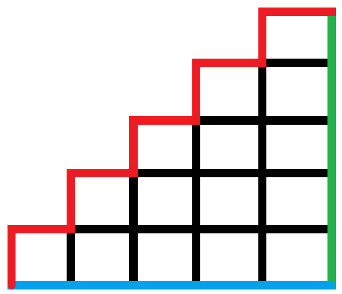
Siden antallet pinner øker med fire, kan det ha noe med fire-gangen å gjøre. For å finne f. eks. figur nr. 10 må vi da vite det foregående tallet. Det kan bli veldig upraktisk i lengden hvis vi skal finne figurnummer opp til 100. Ved et vedtak i klasserommet bestemte vi for å bruke «F» i stedet for figurnummer. Da kunne vi navngi figurene F1, F2 osv.

F	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
#Pinner rundt	4	8	12	16	20	24	28
	4•1	4•2	4•3	4•4	4•5	4•6	4•7

Siden figurnummer 1 fikk 4 pinner i omkrets kunne vi bruke fire-gangen til å telle resten av antallet. Vi så at for å finne antall pinner måtte vi multiplisere figurnummeret (n) med fire. Det er en eksplisitt formel. Det vil si at vi kan finne svaret direkte.

Underveis så vi at uttrykket ble 4n som er et monom, et algebraisk uttrykk med bare ett ledd.

Vi hadde også andre måter, f. eks: vannrette pinner addert med loddrette pinner addert med pinnene i trappetrinnene multiplisert med to. F. eks: 5+5+(5•2)=20



Blå: Vannrette pinner

Grønn: Loddrette pinner

Rød: Trappetrinn

F	F1	F2	F3	F4	F5
#Pinner rundt	4	8	12	16	20
	1+1+(1•2)	2+2+(2•2)	3+3+(3•2)	4+4+(4•2)	5+5+(5•2)

Formelen vi fant for tall nr. n var Fn=n+n+(n•2).

Gruppe 5

Vi arbeidet på samme måte som resten av gruppene, men hadde vanskeligheter for å finne en formel. Vi hadde ikke nok tid til å komme opp med en formel. Kunnskapen vår strakk ikke helt til, men vi forsto formlene da de andre gruppene presenterte dem.

Gruppe Ny

Da vi kom lengre med prosjektet, var det noen av oss som ikke skjønte alt vi gikk gjennom. De som ikke hang med, dannet en egen gruppe (Gruppe Ny), som startet opp på nytt. De hadde en egen lærer som hjalp dem med å forstå stoffet og komme fram med sine egne svar.

Gruppe Ny gjorde det samme som de andre gruppene. De telte opp pinnene i de første figurene og satte tallene loddrett inn i en tabell.

F	Antall pinner	Omkrets
1	4	+4
2	8	+4
3	12	+4
4	16	+4
5	20	+4
6	24	+4

Alle tallene var i stigende rekkefølge med fire-gangen. Da kunne de multiplisere figurnummeret med fire. De kom også fram til uttrykket 4n.

GeoGebra

Vi satte inn tallene fra Excel regneark inn i GeoGebra.

Det ble seende slik ut:

Regneark

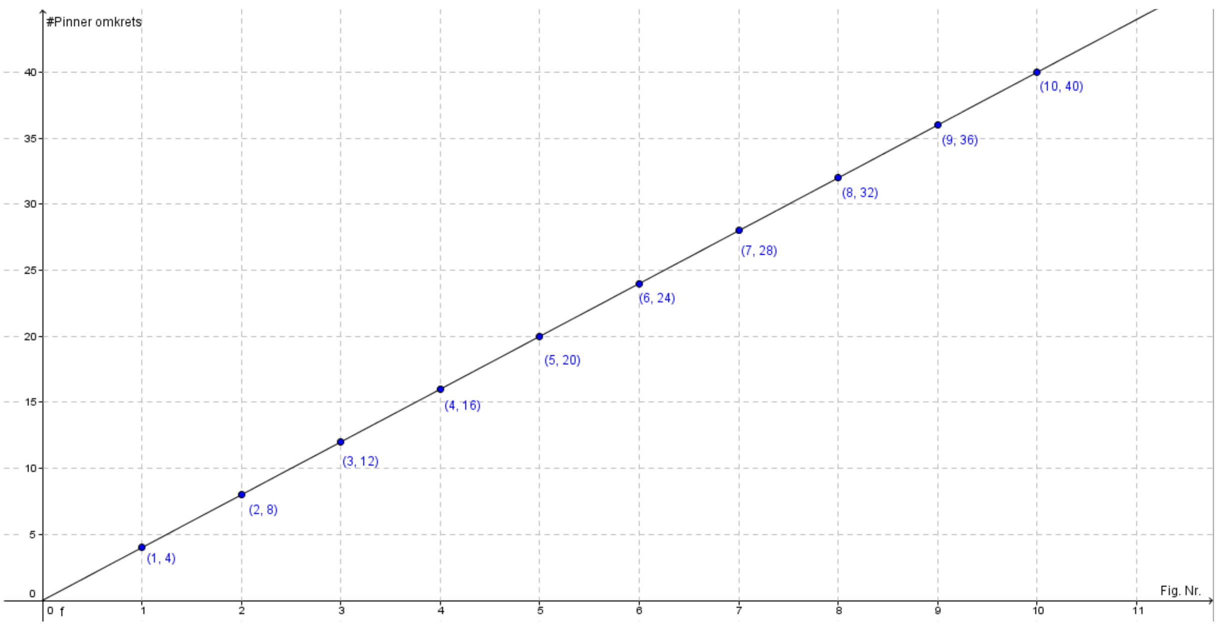
	A	B
1	figur nr.	#pinner omkrets
2	1	4
3	2	8
4	3	12
5	4	16
6	5	20
7	6	24
8	7	28
9	8	32
10	9	36
11	10	40

Denne tabellen brukte vi når vi skulle tegne grafen til funksjonen. Det kaller vi en verditabell.

I verditabellen brukte vi en kolonne(A) for figur nr. og en kolonne(B) for antall pinner i omkretsen.

I kolonne A finner vi den frie variable og i kolonne B finner vi da den avhengige variable.

Vi satte tallparene inn i et koordinatsystem i GeoGebra. Punktene lå på ei rett linje. Da vi tegnet ei linje gjennom punktene så vi at stigningen til linja var fire for hver vannrette enhet. Linja startet i origo.



På skrivefeltet helt nederst på skjermen skrev vi slik:

Skriv inn: RegLin[Liste1]   Da kom dette opp over der listen sto;

Algebrafelt
Linje
a: y = 4x

Dette beviste for oss at vi kan bruke formelen F(n)=4n i GeoGebra også.

F(n)=4n er et funksjonsuttrykk. Funksjonen er en lineær funksjon, og den er proporsjonal.

Excel

	A	B	C	D
1				
2		Fig.nr.	Omkrets - rek	Omkrets - eks
3		0	0	0
4		1	4	4
5		2	8	8
6		3	12	12

Man kan finne et rekursivt uttrykk ved å se på hva som skjer mellom forrige og neste ledd. Her legger vi til 4 for hvert ledd.

	A	B	C	D
1				
2		Fig.nr.	Omkrets - rek	Omkrets - eks
3		0	=0	=B3*4
4		1	=C3+4	=B4*4
5		2	=C4+4	=B5*4
6		3	=C5+4	=B6*4

Her er formlene vi brukte til den rekursive og den eksplisitte måten.

Konklusjon

Vi fant to uttrykk for omkretsen, men begge uttrykkene er forskjellige varianter av det algebraiske uttrykket 4n. Uttrykket n+n+n•2 er det samme som 2n+n•2 som er det samme som 4n. Vi synes 4n er enklest å bruke, siden uttrykket er kort og lett å regne med i forhold til det andre uttrykket som består av tre ledd. Derfor er hoved-formelen vår F(n)=4n.

UngeAbel Oppgave Ab

Gruppe 1,2,3 og 4:

Gruppe 1,2,3 og 4 startet å arbeide på samme måte. Vi tegnet opp de 10 første figurene, og telte opp alle pinnene i figurene. Tallene vi fikk satte vi inn i en tabell.

Figurnummer, F	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10
Antall pinner totalt	*4*	*10*	*18*	*28*	*40*	*54*	*70*	*88*	*108*	*130*
	+6	+8	+10	+12	+14	+16	+18	+20	+22	

Rekursiv formel: Det øker med to mer enn det økte med til tallet før. For å finne antall pinner er vi da avhengig av å kjenne antall pinner i den forrige figuren, og det vil være vanskelig for store tall. Vi søkte derfor andre muligheter.

Vi splittet alle «antall pinner totalt» til to faktorer. Der la vi vekt på at en av dem skulle være figurnummeret. Når vi gjorde det med flere tall, så vi at alle figurnumrene måtte multipliseres med det som var tre større enn figurnummeret.

Eksempel:

Figur 5: 40=5•8

Figur 6: 54=6•9

Figur 7: 70=7•10

Da blir formelen slik:

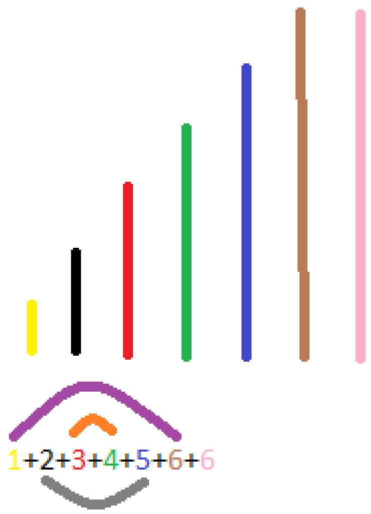
Figurnummeret multiplisert med tre større enn figurnummeret

n(n+3) = antall pinner i pinnetrappen

Gruppe 1,2,3 og 4:

Vi fant ut at det er like mange pinner vannrett som loddrett i pinnetrappen. For å finne antall pinner loddrett må vi summere alle tall fra og med en, og opp **til og med** figurnummeret (n), og deretter addere svaret med figurtallet. Så multipliserte vi summen med to, for å få med de vannrette linjene fordi ellers ville vi bare ha halve figuren.

Antall loddrette rekker med pinner er en mer enn figurnummeret. Så i figur 6, er det 7 loddrette rekker med pinner. Da er det også 7 vannrette rekker med pinner.



Eksempel: Figurnummer 6: (6+6+5+4+3+2+1)•2=54

For å finne en formel skrev vi det på en litt annen måte:

2•6+(6+5+4+3+2+1)•2

Bue 1: n+1
Bue 2: n+1
Bue 3: n+1

3 buer

$3 = \frac{6}{2} = \frac{n}{2}$

Vi tegnet «buer» over tallene inne i parentesen (som vist på tegningen over) og fant ut at «buene» var verdt n+1. Det var halvparten så mange «buer» som figurnummer. Buene er for å trekke sammen tallene i parentesen, slik at vi lettere kunne lage en formel. Vi setter inn $\frac{n}{2}$ fordi antall «buer» er halvparten av figurnummeret (n), så multipliserer vi denne med n+1 fordi det er summen av en «bue». Vi adderer svaret med n og multipliserer alt med to for å få med alle pinnene både vannrett og loddrett.

Det var bare gruppe 1 som kom frem til en eksplisitt formel, men de andre gruppene skjønte forklaringen under fremføringen i klassen eller ved å studere plakatene som ble hengt opp i klasserommet.

Formelen blir slik:

n dividert med to, multiplisert med n+1, addert med n. Alt dette setter vi inn i en stor parentes og multipliserer alt med 2.

$2[n+\frac{n}{2}(n+1)]$ = antall pinner i pinnetrappen

Gruppe 1:

Vi fant ut at rutene som trappetrinnene består av har fire pinner. De andre rutene består av to pinner. Hvis figurnummer er fem, vil vi skrive det opp slik (se tegning under):

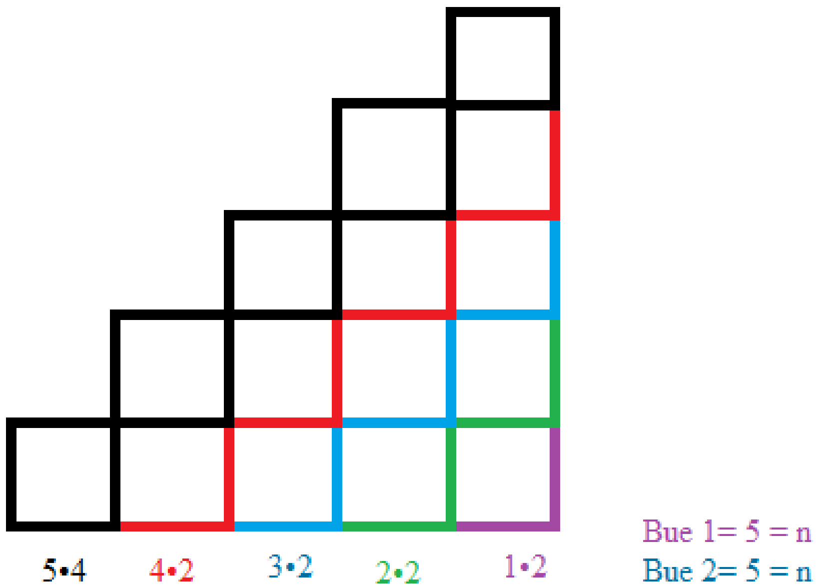
5•4+(4+3+2+1)•2

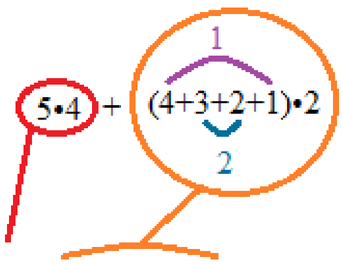
Inne i parentesen kan vi sette sammen to og to tall som er lik n. For å vise dette setter vi på «buer». En bue fra 4 til 1 og en bue fra 3 til 2.

Når vi skal sette opp en formel for dette, setter vi først n•4, så setter vi inn $\frac{n-1}{2}$ fordi det er så mange «buer» inne i parentesen. I dette tilfellet blir det $\frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$. Tilslutt setter vi på •n på grunn av summen av hver «bue» er lik n. Så må vi multiplisere med to for å få hele pinnetrappen.

Formelen blir slik:

Fire multiplisert med n, til dette adderer vi $\frac{n-1}{2}$, multiplisert med n, multiplisert med to.





Det er to buer

$2 = \frac{4}{2} = \frac{n-1}{2}$

$4n + \frac{n-1}{2} \bullet n \bullet 2 =$ antall pinner i pinnetrappen

Gruppe 2:

Vi fant differensen(forskjellen) mellom totalt antall pinner og antall pinner i omkretsen av figurene og satte tallene inn i en tabell med de ti minste figurene (som vist nederst på siden). Vi fant ut at vi kunne finne et uttrykk for differensen og kombinere dette uttrykket med utrykket for omkretsen, som vi fant i oppgave Aa. For å finne differensen måtte vi multiplisere n med (n-1). Så måtte vi addere på omkretsen for å få antall pinner i pinnetrapp. Når vi satte sammen de to uttrykkene fikk vi med tall:

Multipliserer n med, n subtrahert med en, addert med fire multiplisert med n.

n(n-1) +n•4= antall pinner i pinnetrapp

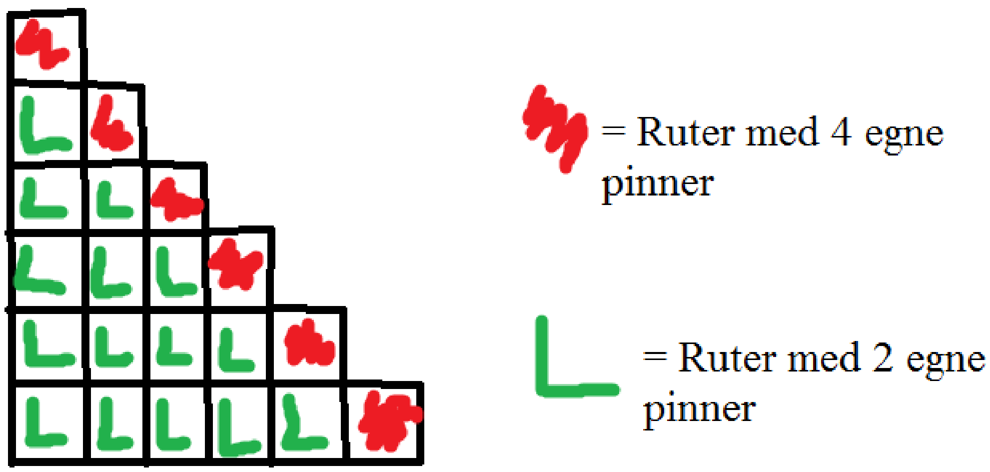
Eksempel: figurnummer 8: 8(8-1)+8•4=

8•7+8•4=

56+32=88

Figurnummer, F	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10
Antall pinner totalt	*4*	*10*	*18*	*28*	*40*	*54*	*70*	*88*	*108*	*130*
Omkrets i antall pinner	*4*	*8*	*12*	*16*	*20*	*24*	*28*	*32*	*36*	*40*
Differens	0	2	6	12	20	30	42	55	72	90

Gruppe 1:



Vi telte opp pinnene som ikke tilhørte de røde rutene, og i figur 6 fikk vi da 30. Vi splittet 30 i to faktorer og la vekt på at en av dem måtte være figurnummeret. Vi fant ut at vi måtte multiplisere figurtallet med en mindre enn figurtallet og da fikk vi n(n-1).

Eksempel: figurnummer 6:

Vi fant ut at vi måtte sette det opp sånn:

6•4+6•5. For å få dette til et uttrykk må vi skrive n•4 eller 4n

n(n-1) står fordi 6 er lik n og n-1 er lik 5

Formelen blir da:

4n+n(n-1)= antall pinner i pinnetrappen

Gruppe 5:

De prøvde seg på oppgaven som de andre. De fant sammenhenger, men de fant ingen formler. De fulgte med når de andre gruppene presenterte formlene sine for å finne antall pinner i pinnetrappene, og forståelsen kom etter hvert hos noen av dem.

Excel

Vi satte inn formlene i Excel regneark, da ble det slik:

	A	B	C	D	
1					
2		Figur	#pinner - rek	#pinner - eks	
3		0	0	0	
4		1	4	4	+ 4
5		2	10	10	+ 6
6		3	18	18	+ 8

	A	B	C	D
1				
2		Figur	#pinner - rek	#pinner - eks
3		0	0	=B3*B3+3*B3
4		1	=C3+4	=B4*B4+3*B4
5		2	=C4+6	=B5*B5+3*B5
6		3	=C5+8	=B6*B6+3*B6

Differensen til samlet antall pinner øker med 2 for hvert ledd i rekken. Kjenner vi de to siste figurers antall pinner vet vi at neste figurs totale antall pinner finnes ved å regne forrige antall + differanse mellom de to foregående figurers antall pinner + 2.

Den eksplisitte formelen er figurtallet kvadrert + tre ganger figurtallet → $f(n) = n^2+3n$

GeoGebra

Vi satte inn tallene fra Excel regneark inn i GeoGebra.

Det ble seende slik ut:

Regneark

	A	B
1	Figur nr.	#pinner
2	1	4
3	2	10
4	3	18
5	4	28
6	5	40
7	6	54
8	7	70
9	8	88
10	9	108
11	10	130

Denne tabellen brukte vi når vi skulle tegne grafen til en funksjon. Tabellen kaller vi en verditabell.

I verditabellen bruker vi en kolonne(A) for figur nr. og en kolonne(B) for totalt antall pinner.

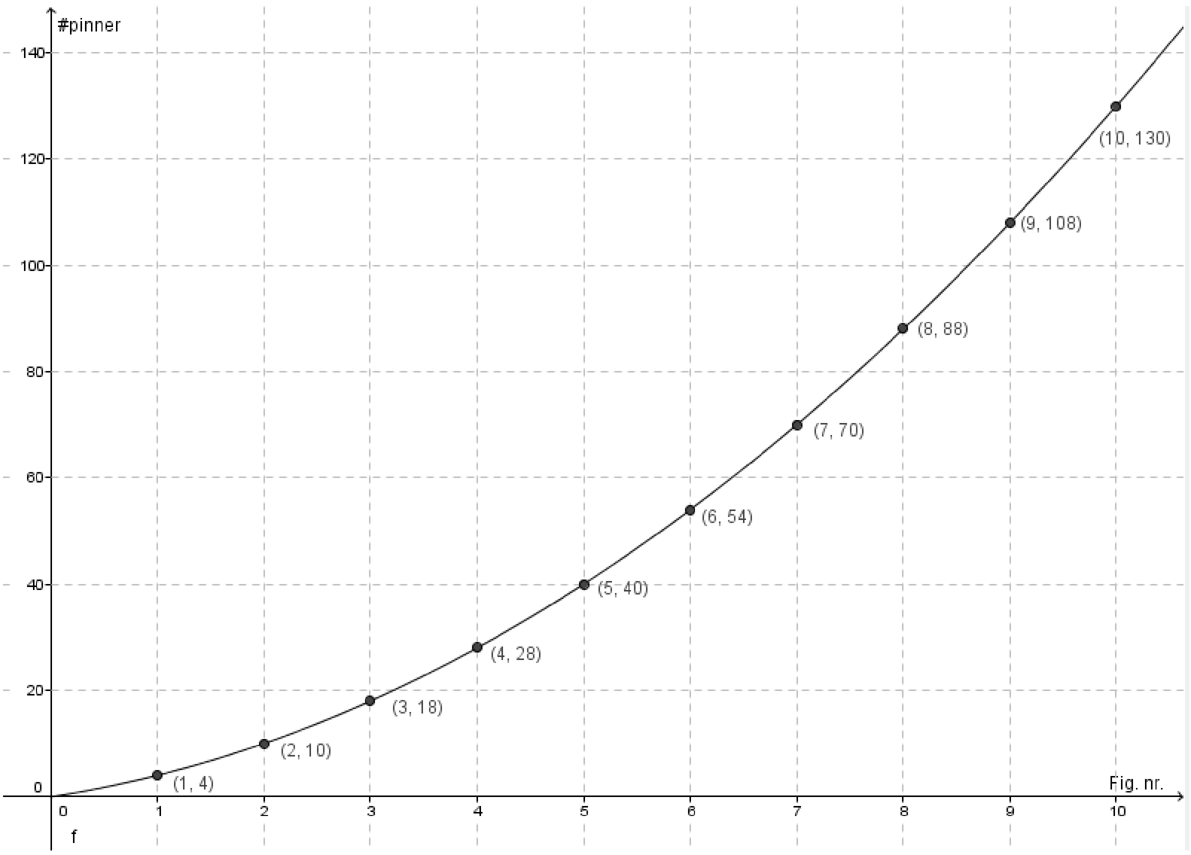
A er den frie variable. B blir da den avhengige variable.

Vi satte tallparene inn i et koordinatsystem i GeoGebra. Punktene lå på en buet linje. Vi la til en buet linje mellom punktene ved å skrive

Skriv inn: **RegPoly[Liste1, 2]**

slik som vist på bildet til venstre.

Vi finner da den kvadratiske funksjonen som passer best til datasettet opp til venstre.



Sammenligning av framgangsmåter og formler

Alle gruppene har beskrevet reglene med ord.

Gruppe 1, 2 og 4 har funnet formler til reglene de har beskrevet med ord. Gruppe 3 fant regler, men slet med å finne formler for dem. Da vi andre gruppene framførte formler til reglene, hang gruppe 3 med og forstod formlene.

I denne oppgaven er lengden til figuren som er lik figurnummeret variabel. Vi ble enige fra starten av at vi skulle kalle variabel for n.

Vi fant ut at det er mange forskjellige måter å tenke på, men i bunn og grunn er det mye av det samme. Alle formlene kan trekkes sammen til uttrykket n^2+3n.

Vi har funnet fire forskjellige formler for totalt antall pinner.

$n(n+3)=$

$n \bullet n+n \bullet 3=$

n^2+3n

Først kom vi fram til uttrykket n(n+3), som består av to faktorer, monomet n og polynomet n+3.Vi multipliserer et monom med et polynom ved å multiplisere n med alle ledd i polynomet (parentesen). Vi tar n multiplisert med n, adderer 3n og kom da frem til n^2+3n.

$4n+n(n-1)=$

$4n+n^2-n=$

$3n+n^2$

På side 12 og side 13 kom vi fram til uttrykket 4n+n(n-1), som består av to ledd 4n og n(n-1). Vi starter først med å bli kvitt parentesen ved å multiplisere n med alle ledd i parentesen. Vi trekker sammen 4n-n som blir 3n, og adderer n^2.

$2[n+\frac{n}{2}(n+1)]=$

$2[n+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}]=$

$2n+n^2+n=$

$3n+n^2$

På side 10 kom vi fram til utrykket $2[n+\frac{n}{2}(n+1)]$. I første omgang hadde vi problemer med å regne ut dette algebraiske uttrykket. Hvor starter vi? Hvordan blir regnerekkefølgen når vi har en dobbel parentes? Vi prøvde oss først fram, og når vi startet «innenfra» kom vi omsider fram til svaret. Altså vi startet først med å regne ut den innerste parentesen. Der må vi multiplisere brøken $\frac{n}{2}$ med hvert ledd i parentesen. Da får vi to brøker $\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}$.
Vi multipliserer deretter med to og trekker sammen leddene. Svaret blir da $3n+n^2$.

$4n+\frac{n-1}{2}*n*2=$

$4n+\frac{(n-1)*2*n}{2}=$

4n+(n-1)*n=

$4n+n^2-n=$

$3n+n^2$

Til slutt har vi uttrykket på side 11, $4n+\frac{n-1}{2}$•n•2, som består av leddene 4n og $\frac{n-1}{2}$•n•2. Vi multipliserer først brøken med n•2, og da står vi igjen med (n-1)•n fordi vi dividerer med 2 både over og under brøkstreken. Når vi regner ut

4n+(n-1)•n får vi $4n-n^2-n$ som igjen blir $3n+n^2$.

Konklusjon

Vi fant ut at det er mange forskjellige måter å tenke på, men i bunn og grunn er det mye av det samme. Alle uttrykkene kan trekkes sammen til den eksplisitte formelen n^2+3n som er enkel å bruke. Uttrykket er et polynom som består av to ledd. n^2 er en potens med n som grunntall og 2 som eksponent, det andre er 3n. Formlene på side 12 og 13 er de samme, men med ulike tenkemåter og fremgangsmåter.

Vi hadde ikke n^2+3n som et uttrykk, men vi fant ut at alle uttrykkene bygget på denne, og derfor synes vi denne formelen er best å bruke. Vi velger også å bruke n^2+3n fordi det er det uttrykket som består av færrest ledd.