MATEMATIKKSENTERET
Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

2024

KENGURUKONKURRANSEN

Fasit og korte løsningsforslag

Cadet

(9.–10. trinn)

20 år Kengurukonkurransen

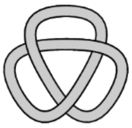
NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Fasit med korte kommentarer

Mange matematiske problem kan løses på ulike måter. Følgende forslag gir ingen fullstendig oversikt over løsningsmetoder. Diskuter gjerne ulike løsningsforslag i klassen.

3 poeng

1. (B)

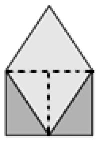


Dette tauet er det eneste som ligger slik at det vil danne en knute om vi retter det ut.

2. (C)

Vi må rotere denne femkantede flisen 180° for at den skal passe inn i figuren.

3. (E) 50 %
Ettersom dette er en rombe, vil de rettvinklede trekantene som legges til, være like store som halve romben. Se bildet:



4. (D) 60
Ettersom 2 · 0 = 0, vil nevneren kun bestå av 2 · 4. Vi kan forkorte 2 med 20 og få 10 i telleren, og vi kan forkorte 4 og 24 og stå igjen med 6 i telleren. Da vil vi stå igjen med 10 · 6 i telleren og 1 i nevneren.
Eller:

$$\frac{20\times 24}{2\times 0+2\times 4}=\frac{20\times 24}{0+8}=\frac{20\times 3\times 8}{8}=20\times 3=60$$

5. (D) 12
Etter at alle hjørnene er kuttet i den trekantede pyramiden, vil hvert hjørne nå bestå av 3 hjørner. Ettersom det var 4 hjørner opprinnelig, vil det nå være 4 · 3 = 12 hjørner.

6. (B) 4
   Når 1 og 11 står ved siden av hverandre, har rekkefølgen ingenting å si.
   5 kan stå først, i midten eller til slutt. Når 5 står imellom 11 og 1, er det to måter ettersom 1 og 11 da ikke står ved siden av hverandre.
   De fire tallene det er mulig å lage er: 5111, 1511, 1151 og 1115.

7. (E) Eva
   Alle skal få noe de liker, og ettersom Alva kun liker epler, må hun få det.
   Eva liker epler og kirsebær. Når epler Alva får eplet, må Eva få kirsebær.

8. (C) 5
   12 voksne tilsvarer 20 barn. Vi kan representere dette i en tabell:

Voksne	**Barn**
12	20
6	10
3	5
9	15

Når 9 voksne tilsvarer 15 barn, og heisen har plass til 20 barn, så vil det være plass til 5 barn når 9 voksne er i heisen.

4 poeng

9. (C) 13
   Ettersom tallene må være ulike, er det kun én måte som gir produktet 4, og det er $1 \cdot 4$. For å få produktet 6, må vi multiplisere 1 med 6.
   For at de siste produktene skal bli riktige, må det stå 2 i den siste ruta.

1	6
4	2

10. (B) 4°
    Når Karina deler kaka inn i ti stykker, utgjør hvert stykke 360°: 10 = 36°. Når hun spiser ett av dem, og fordeler stykkene slik at de 9 avstandene mellom stykkene blir like store, blir hver avstand 36°: 9 = 4°.

11. (A) $\boxed{1}\boxed{1}\boxed{3}$
    Forklaring 1:
    Ettersom summen til alle radene og kolonnene skal være den samme, ser vi ut fra den midterste biten, at det må være 7, for der er det fire ruter i samme rad.
    Da kan vi eliminere svaralternativ B og E, ettersom det er umulig å danne 7 på raden med disse alternativene.

2	2
1	
2	

Denne biten mangler 2 i venstre kolonne for å lage 7. Da er det kun én måte å plassere den midterste biten. Det er fordi vi både skal lage 7 i denne kolonnen og samtidig ha plass til å legge den midterste biten i 4 x 4 kvadratet. Slik bildet nedenfor viser.

2	1	3	1
2	2		1
1			
2			

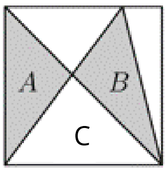
Når vi har lagt bitene slik, er det kun én måte å legge den siste biten på for å få plass. Da blir figuren slik:

2	1	3	1
2	2	2	1
1	3	1	2
2			

For å få 7 i hver kolonne og hver rad, ser vi at det er $\boxed{1}\boxed{1}\boxed{3}$ som mangler.

Forklaring 2:
Summen av alle tallene må være 7 · 4 = 28. Summen av tallene i de tre bitene som er valgt er 23. Da må summen av tallene i den siste biten være 5. Det er kun alternativ A som har den summen.

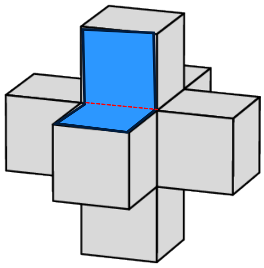
12. (A) 0 m^2



Arealet A + C er halve kvadratet.
Arealet B + C er også halve kvadratet.
Dermed må arealet til A og arealet til B være like stort.

13. (D) 52
Den eneste måten en unge kan ha spist 44 fisker på, er å ha spist 5 fisker seks ganger og 7 fisker to ganger. Det betyr at denne ungen har spist fisk i 8 dager. Antall fisk som Paula tok med seg på disse 8 dagene var 8 · 12 = 96. Den andre ungen må da ha spist 96 – 44 = 52 fisker.

14. (A) 18

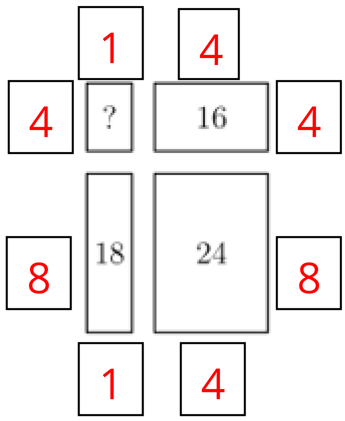


Til sammen skal 30 sideflater dekkes.
Når en kube limes i en av «vinklene», merket blå på figuren, dekkes to sideflater samtidig.
Det er 12 slike «vinkler» slik at 30 – 12 = 18.

15. (B) 10

Forklaring 1:

Dersom vi eksempelvis ser på rektangelet nederst til høyre, kan vi angi en av sidene til å ha hvilken som helst verdi. Men for å ivareta at det skal være et rektangel, må denne verdien være større enn 0 og mindre enn 12. Etter at vi har gitt den en verdi, kan vi fylle ut resten av sidene slik at omkretsen blir riktig for rektanglene. Når vi da har plassert ut sidelengdene, blir omkretsen til det fjerde rektangelet 10, uansett hvilke sidelengder vi bruker. Eksempel på løsning:



Forklaring 2:

En annen måte å løse oppgaven på er hvis vi legger merke til at summen av omkretsen til rektanglet øverst til høyre og rektanglet nederst til venstre må være lik omkretsen til det store rektanglet. Samme argumentet gjelder for rektanglet øverst til venstre og rektanglet nederst til høyre: 18 + 16 = 24 + ?, det betyr at ? = 10.

16. (C) 75 %

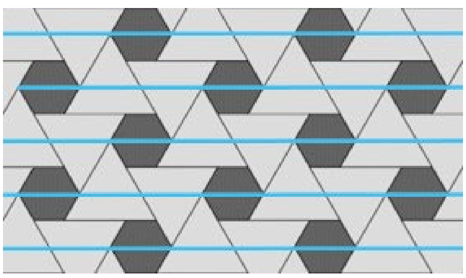
En reduksjon fra 80 prosentpoeng til 20 prosentpoeng vil være en reduksjon med 60 prosentpoeng. Dermed blir reduksjonen i prosent:

(60 : 80) · 100 % = 75 %

5 poeng

17. (D) 6000

Dersom vi ser på rader av fliser, så er det to trekantede fliser for hver sekskantet flis. Dermed må det være dobbelt så mange trekantede fliser som sekskantede fliser.



18. (E) 9

Disse kombinasjonene kan personene ha:
Aleksa: 1 og 5 eller 2 og 4.
Bart: 1 og 6, 2 og 7, 3 og 8 eller 4 og 9.
Clara: 2 og 9 eller 3 og 6.
Dennis: 1 og 2, 2 og 4, 3 og 6 eller 4 og 8.

Vi kan prøve ut svaralternativene systematisk for å se om det er mulig å ta bort det enkelte kortet slik at alle får en kombinasjon som er mulig. Det eneste kortet vi kan ta bort er 9, og da må Clara ha 3 og 6, Bart må ha 2 og 7, Aleksa må ha 1 og 5 og Dennis må ha 4 og 8.

19. (A) 9

Siffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Horisontale element	**2**	**0**	**3**	**3**	**1**	**3**	**3**	**1**	**3**	**3**
Vertikale element	**4**	**2**	**2**	**2**	**3**	**2**	**3**	**2**	**4**	**3**

Hvert siffer har enten 0, 1, 2 eller 3 vannrette element, og summen 5 kan lages enten:
5 = 2 + 2 + 1 eller
5 = 3 + 1 + 1 eller
5 = 3 + 2 + 0
Det første alternativet er ikke mulig ettersom det er bare 0 som har to vannrette element. Det andre alternativet er heller ikke mulig, fordi det er kun 4 og 7 som har ett vannrett element, men de har 5 loddrette element til sammen som gjør at det tredje sifferet må ha 5 loddrette element. Et slikt siffer finnes ikke.
Derfor må det finnes 3, 2 og 0 vannrette element i sifrene. Det er kun siffer 1 som ikke har vannrette element og kun siffer 0 som har to vannrette element. De to har 6 loddrette element til sammen. Det siste sifferet må ha tre vannrette element og fire loddrette element. Siffer 8 har det. Altså blir summen: 0 + 1 + 8 = 9.

20 (B) 92 cm

Diameteren til de tre halvsirklene er til sammen 36 cm, dvs. lengden til rektangelet. Vi setter lengden til radiusen til den største halvsirkelen til x, som også er bredden til rektangelet. Den nest største halvsirkelen har radius x - 5 cm, og den minste halvsirkelen har radius x - 7 cm.

Vi kan finne x ved å lage en ligning ut fra at summen av diameteren til hver halvsirkel er lik 36:

$2(x + (x – 5) + (x – 7)) = 36$

$x = 10$

Omkretsen er: 36 cm · 2 + 10 cm · 2 = 92 cm

21. (D) 6

Ved å faktorisere 720, får vi $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Ruta med *n* skal multipliseres to ganger, og det setter begrensninger på hvilke tall som kan stå der. Tallet 5 kan ikke stå her, for 5 skal kun multipliseres én gang. 1 kan stå, og det vil finnes mange løsninger med 1 i den midterste ruta. Andre faktorer som kan være med to ganger er 2, 3, 2^2, $2 \cdot 3$ og $2^2 \cdot 3$. Altså tallene i stigende rekkefølge 1, 2, 3, 4, 6 og 12.

22. (E) 29

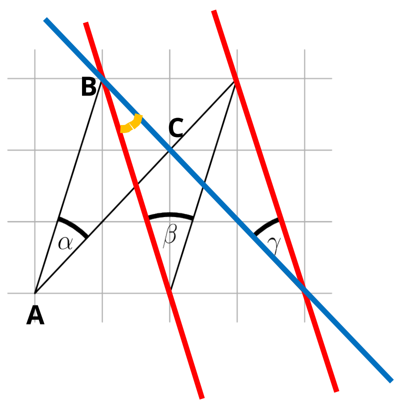
For at det skal være mulig å ha igjen dobbelt så mange av én type egg som den andre typen, må summen av eggene være delelig med 3. Når vi legger sammen fire av disse tallene, er den eneste mulige kombinasjonen 4, 12, 13 og 22. Summen til disse tallene er 51, som er delelig med 3.

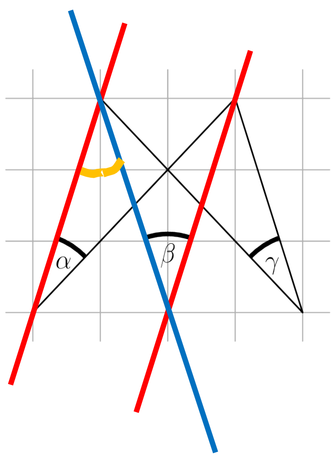
23. (D) 90°

Trekant ABC må være rettvinklet ettersom linje AC og linje BC er diagonaler i rutenettet.

Når to parallelle linjer (rød) skjæres av en trede linje (blå), er de samsvarende vinklene like store. Det vil si at vinkel ϒ og vinkel merket gul, i bildet til venstre, er like store. Det samme gjelder vinkel β og vinkel merket gul i bildet til høyre.

Vinklene α + β + γ = 90 °.





24. (B) Al

Dersom Pit har skrevet 30 mynter, må det ha stått 10 sølvmynter. Da har Pit og Jim skrevet like mange sølvmynter. Ettersom vi vet at løgnerne løy på alle, kan ingen av de to snakke sant. Tom må også ha skrevet 10 gullmynter, og da må han også være en løgner da det er det samme antall gullmynter som Pit. Da er det kun Al igjen, og han må være den som snakker sant.

Rettingsmal

Rett svar på hver av oppgavene:

- 1 – 8 gir 3 poeng
- 9 – 16 gir 4 poeng
- 17 – 24 gir 5 poeng

Oppgave	A	B	C	D	E	Poeng
1		B				3
2			C			3
3					E	3
4				D		3
5				D		3
6		B				3
7					E	3
8			C			3
9			C			4
10		B				4
11	A					4
12	A					4
13				D		4
14	A					4
15		B				4
16			C			4
17				D		5
18					E	5
19	A					5
20		B				5
21				D		5
22					E	5
23				D		5
24		B				5
Høyeste mulige poengsum (Cadet)						96