Leder

Tenk deg følgende situasjon. En drikkevannskilde i en storby er blitt forurenset. En bakterieart som går på helsa løs har slått seg ned i reservoaret. Noen få er blitt smittet, men myndighetene ønsker kontroll over saken og vil være forberedt hvis en epidemi skulle bryte ut. Bortsett fra prøvetaking og målinger er det viktig at noen setter opp en modell for hvordan sykdommen kan spre seg i befolkningen og hvordan antall syke personer vil vokse fremover. En matematisk modell vil kunne gi nødvendig innsikt for å håndtere problemet.

En annen situasjon. En miljøorganisasjon ønsker å aksjonere ovenfor myndighetene mot en fabrikk som slipper ut en spesiell type kjemikalier. I tillegg til en tilstandsrapport med målinger av konsentrasjon i vann og fisk, er det nødvendig å si noe om utviklingen av forurensningen i fremtiden. Et skriv til SFT som kun bygger på synsing vil neppe kunne regne med å finne gehør. En matematisk modell bygd på de faktiske forhold, vil derimot kunne være et sterkt argument i debatten.

Å finne egnete eksempler der elever kan øve seg på matematisk modellering kan være krevende. Selve modelleringsprosessen der en går fra en autentisk situasjon via en analyse av mulige variabler til en matematisk beskrivelse som munner ut i et sett med likninger, grafer og tabeller er ofte krevende og tar tid. Det settes også en annen type krav til lærerens kompetanse enn det en trenger i en mer oppgaveløsningsorientert undervising. Derfor kan det oppleves ganske utfordrende å ta fatt i arbeid med modellering sammen med elevene. Å vurdere elevenes arbeid med modellering er også en utfordrende oppgave.

Et viktig element i arbeid med modellering er refleksjonsfasen etter at man har laget modellen. I denne fasen kan man diskutere alternative modeller og begrunnelser for de valg en måtte gjøre underveis. En må gjøre avveininger og trekke inn aspekter som ikke er av matematisk natur. Slike vurderinger og refleksjoner krever ofte et eget språk som er rikere enn det matematiske, samtidig som de forutsetter en form for overblikk over fagets muligheter når alternativer skal vurderes. Nettopp disse kvalitetene gjør at arbeid med modellering kan sies å fremme elevenes kreative og kritiske sans og dermed også øker deres muligheter for aktiv deltakelse i demokratiet.

TANGENTENs redaksjon har derfor valgt å vie dette nummeret til modellering i skolen i håp om at det kan vise mulighetene som ligger her.

Christoph Kirfel

Toril Eskeland Rangnes

Vekst og grafer – modellering sammen med 8–9-åringer

Kan matematisk modellering være et tema for elever på de laveste trinnene? Selv var jeg skeptisk da jeg startet prosjektet med å prøve ut arbeid med vekst og grafer i klassen jeg den gang var klassestyrer for. Elevene hadde bare to-tre timer med multiplikasjon bak seg da vi startet prosjektet. Vi arbeidet med tre tverrfaglige tema: Innsamling av tegneserier til klassebibliotek, pengeinnsamling til Kirkens nødhjelp og vekst på antall sauer på gården dersom alle lammene fikk leve. Det ble altså tatt utgangspunkt i aktuelle temaer for klassen. Jeg ønsket å finne ut elevenes strategitenkning, hvilket matematisk språk de brukte og hva de leste ut av grafer de selv laget. Prosjektet ble dokumentert gjennom elevers og min loggskriving, samt produkter elevene laget.

Lineær vekst

Serieheftene: Jeg startet med et aktuelt tema i klassen. Vi ville ha seriehefter til klassen slik at elevene hadde litt mer lesestoff i klasserommet. Hvor mange ville vi få dersom alle tolv elevene tok med seg to hefter, hvor mange dersom alle tok tre, fire eller fem hefter? Alle hadde kanskje ikke tegneseriehefter til å ta med seg. Hvor mange fikk klassen om bare en elev tok med seg? To elever? Tre elever? Fire? Osv.

Så startet jeg friskt med å fortelle hva de skulle gjøre, men dette var nytt og de satt som levende spørsmålstegn. Selv om de hadde vært borti søylediagram ble dette likevel noe annerledes. Her var det best å sette elevene i gang og forklare litt underveis. De satt i grupper og jeg bad hver gruppe velge ”innsamling” av to, tre, fire eller fem hefter.

Vi brukte Unifixklosser, en kloss var ett blad. Så skulle de bygge oppover hvor mange hefter det ble om en elev tok med det antallet de hadde valgt, to elever, tre, fire osv. De fikk lapper som de skrev antall elever på og som de la under tårnene slik at de visste hva de hadde bygd. Det typiske var at alle helst ville sette det høyeste tårnet først. Det var tydeligvis mest spennende å bygge. Dessuten kan det være at de ble påvirket av åpningsspørsmålet om hvor mange hefter det blir dersom alle tar med seg x antall hefter.

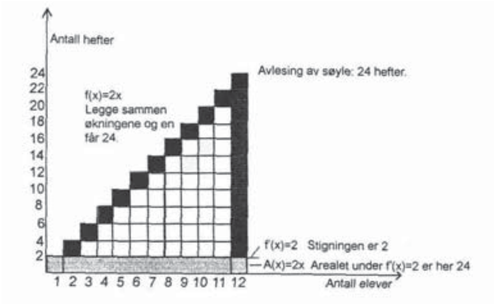
Hvordan lese grafen?

De bygde tårna og ble etter hvert ferdige. Jeg spurte ei gruppe om hvor mange hefter vi får dersom alle i klassen tar med seg 2 hefter hver. ”Over hundre har vi talt”, var svaret. Alle klossene de hadde brukt til bygging av søylene hadde blitt talt. Jeg ba dem tenke og diskutere om det kunne være rett. Ei lita stund etter hadde de svar klart. ”Det blir 24!” ”Hvordan fant dere det?” ”Jo, vi talte klossene her nede to, fire, seks,

Toril Eskeland Rangnes, NLA Lærerhøgskolen
toril.rangnes@lh.nla.no

……., 24."

Helt intuitivt leser de av arealfunksjonen. Funksjonsforskriften til grafen er f(x) = 2x der stigningen (den deriverte) er 2. Elevene leste av arealet som ligger under stigningen f '(x) = 2.



En annen så på økningen, eller "trappene" som han sa. Fem, ti, femten osv. Noen så på høyeste tårnet og talte oppover. Det gjorde de spesielt når de bygde grafen med klossene.

Elevene leste grafen på en annen måte enn jeg hadde forventet. De viste meg tre ulike måter å finne hvor mange hefter vi fikk til sammen. Dersom jeg hadde fortalt (slik vi lærere ofte gjør) hvordan de skulle lese grafen, ville elevene av meg bare fått vite en måte å gjøre det på. Elevene åpnet faktisk øynene på meg slik at jeg så at sammenhengen mellom arealfunksjon av den deriverte til funksjonen, stigningen og avlesing av punkt ligger nokså tydelig i grafen. Det er faktisk naturlig å lese en graf på disse tre måtene dersom en bare ikke har hengt seg opp i en tillært løsning.

Hvilke tanker ligger i elevenes løsninger?

To grupper begynte å telle "elev en har to, elev to har to, det blir fire. Elev tre har med to, det blir seks" osv. I denne tenkningen står x for elevnummer og ikke antall elever. I stedet for tallene kunne elevenes navn stått. Det ligger altså en litt annen tenkning bak enn når en teller oppover (leser av et punkt), for da ser en mengden som tolv elever har samlet inn mer som en enhet. Han som la sammen stigningen så tydelig at for hver elev som kom med hefter økte (steg) antallet med fem blader. Ved å legge sammen økningen fikk han antall hefter det ble dersom tolv elever tok med seg fem blader hver. Tenkningen bak var ulik, likevel kom alle fram til rett resultat. På meg virket det ikke som det var vanskelig for elevene å forstå hverandres måte å gjøre det på.

Tegning av grafen

Vi tegnet så omrisset av trappa på et stort papir og først da kom koordinatene opp. Nede skrev vi antall elever og oppe skrev vi antall hefter. Elevene så ganske snart at det vi drev med var ganging. De kjente igjen tallmønstrene enda vi bare hadde holdt på med ganging i et par skoletimer før prosjektet startet.

Var det så noen vits i å tegne grafen? Ei gruppe oppdaget plutselig at de hadde gjort litt feil, trappetrinnene var ikke like høge, men nå fant de fort ut hva de måtte gjøre for å rette det opp igjen. Ved fargelegging i ulike farger på hver ny "blokk" så elevene tydelig multiplikasjonen som gjentatt addisjon.

De fant også ulike måter å manipulere med ganging for å finne hvor mange det ble når de støttet seg til konkretiseringen grafen gav dem. Hanne: "Først tok jeg 10·2 som er 20 og så 2·2 som er fire, da blir det 24".

Sammen fant vi også ut at dersom vi la sammen det høyeste tårnet på tre hefter og det høyeste på to hefter ble det til sammen like høyt som det høyeste tårnet på fem hefter.

Høyeste tårn

Mens jeg hengte opp grafene spurte jeg elevene om de visste på forhånd hvilke gruppe som fikk høyest tårn. "Ja, 5 hefter sjølsagt", sa en. "Nei, det var ikke sikkert," sa Daniel. "Dersom ikke alle hadde fem hefter og for eksempel halvparten tok med seg bare tre hefter så er det ikke sikkert at de som skulle ha med seg fem fikk mest". Vi hadde laget modellene i fellesskap så her kom noen av forbeholdene inn. Hva hvis ikke alle har så mange hefter? Lærer: "Dersom det var som du sa Daniel, hvem ville da få flest hefter?" Etter en tenkepause kom det: ”Jo, de som hadde fem og tre ville få mest likevel.” Denne samtalen viser ikke så mye til grafen, men jeg synes at Daniel her viser en klar forståelse for hva vi driver med. Noe er matematikk og noe er virkelighet. Og han viser at arbeidet med grafen ikke har fjernet han fra det vi jobber med. Her snakkes det om hefter og ikke bare om tårn, enda det var tårnene som var utgangspunktet for samtalen.

Virkeligheten

Da vi hadde samlet inn hefter flere uker senere fikk vi inn 25. Jeg spurte hvor mange hefter elevene i gjennomsnitt hadde tatt med seg. Janne konkluderte fort med at elevene hadde tatt med to hefter hver, og da var det ett hefte i tillegg. Hun hadde arbeidet med to hefter per elev og hadde trolig bilde av grafen og husket tallet tre uker etter vi hadde jobbet med dette.

Pengeinnsamling

Vi tok en lignende oppgave. Nå var det pengegave til en aksjon vi hadde på skolen der vi oppfordret elevene til å samle litt penger inn til Guatemala og Afghanistan. Det hadde tidligere vært vanskelig å få motivert elevene til en slik aksjon. Derfor ville jeg denne gangen prøve å motivere elevene litt også gjennom matematikktimene. Mange elever tror kanskje de må gi så mye for at det skal nytte. Jeg ønsket at de skulle se at dersom alle gir litt blir det til sammen ganske mye. Panting av flasker er kjent for de fleste i denne aldersgruppen, så det ble utgangspunktet vårt. Vi beregnet et gjennomsnitt på to kroner per flaske. Spørsmålet var da hvor mange flasker elevene ville samle. Forslagene fra elevene var fire, fem og sju flasker.

Denne gangen skulle gruppene lage tallpar først og så tegne søyler på ark. Vi gjorde flaskene om til antall kroner de fikk for det antallet flasker de valgte. Å legge sammen 14 kroner 12 ganger var ikke helt uproblematisk. Det var lettere når de brukte unifixklosser til å bygge med. En uttrykte seinere i en oppsummering, ”med pengene måtte vi bruke hodet!”

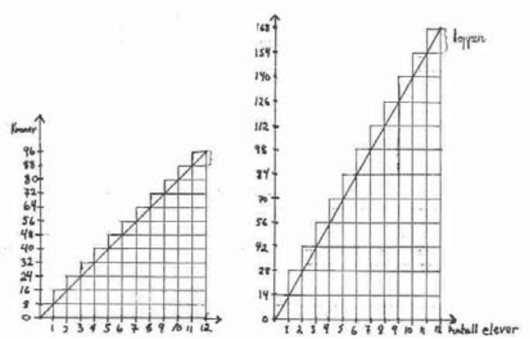
”Akkurat som med heftene!”

Denne gangen gikk det fort å tegne søylene. Her fikk også hvert trappetrinn eller ”blokk” sin farge. Ei rute på arket var her to kroner. Elevene så fort, og viste glede over å se, sammenhengen med forrige oppgave. ”Det blir akkurat som med heftene, jo!” Ei gruppe måtte legge vekk tallparene, for de oppdaget under tegning av grafen at de hadde regnet feil. Trappene ble ikke jevne.

Elevene så sjøl at de holdt på med gjentatt addisjon, og at de kunne sette det opp som gangestykker. I plenum ble begge måtene skrevet opp. Men når de senere skulle skrive hva de gjorde på denne oppgaven skrev de at de plusset. Marte skrev ”Det var bare 14+14+14+14 hvis vi plussa til i stedet for å gange”. Til oppgaven om heftene skrev de at de lærte ganging. Kanskje det var fordi de der møtte igjen tallmønster de hadde sett før?

Hva ser elevene i grafene?

Når vi skulle oppsummere hengte jeg opp grafene deres og stilte et svært åpent spørsmål: ”Hva ser dere?” ”Alle har en topp og toppene er ikke like store.” Vi ble enige om at det var fordi de samlet inn ulikt mange kroner for hver elev. ”Men,” spurte jeg, ”hvorfor blir det ene tårnet så mye høyere enn det andre når det bare er to kroner som skiller?” Her pekte jeg på grafen som viste hvor mye det ble med 8 kr per elev og så grafen med 10 kr per elev. ”Jo,” svarte Janne, ”det er fordi at 12 elever tar med seg til sammen 24 kroner mer der.” Hittil har elevene klart å holde fast på penger og elever selv om jeg snakket om tårn, men så ville jeg ha dem til å se at det var ulik stigning i grafene de hadde arbeidet med. Jeg tegnet derfor en sammenhengende strek på hver graf og førte tavlelinjalen bortover og spurte hva de nå så. ”Den med 14 kroner får lengst strek.” ”Den går mer beint opp” (om grafen med 14 kr per elev). ”Den med lavest antall kroner går liksom mer ut på siden.” Her stoppet det i farten litt opp for meg. Hva kunne han mene med mer ut på siden? Vi stoppet jo på tolv elever på alle grafene? Samtidig følte jeg at jeg så det samme, den går jo liksom mer ut på siden, så jeg protesterte ikke, jeg måtte bare komme tilbake til det senere. "Dersom dette var en bakke, hva ville dere sagt om den?" "Kjempebratt," var uttrykket jeg da fikk. "Den er brattest" (om 14 kr per elev).



"Hvor bratt kan det bli?"

Nå var vi virkelig begynt å bli generelle, og det er litt skummelt med 8-9 åringer. Mitt spørsmål ble så hvordan grafen ville se ut dersom hver elev hadde tatt med seg 20 kroner. "Den ville gått beint opp," meinte Christian. "Nei, den ville tippa over på andre sida (andre sida av Y-aksen)," meinte Daniel. Her var de gått helt bort fra hva koordinatene stod for og gjettet ut ifra et synsinntrykk og en utvikling de mente å se. Vi kikket så litt på hvordan det ble dersom en, to eller tre elever tok med seg tjue kroner og da kom det kjapt, "den blir bare brattere!" Det kan hende kunnskapen var situert, men jeg ser det slik at elevene her gjorde en nyttig erfaring. Slik jeg oppfatter situasjonen førte den sammenhengende streken elevene bort fra den virkeligheten de var i. Den ble for abstrakt. Det var lettere med trappene, da så en hvor mange kroner det økte med hver gang antall elever økte. Trappetrinnene på 14 kr var større enn trinnene med 8 kr.

"Streken går liksom mer ut på siden"

Jeg kom tilbake til eleven som sa at streken gikk liksom mer ut på siden der det var minst. Han husket da ikke hvorfor han hadde sagt det og han så at det slutta på tolv elever på alle. "Men dersom jeg vil samle inn like mye penger her som der det var mest (pekte her på den med 10 kr da jeg nå bare hadde denne oppe), hva måtte vi gjort da?" "Samle inn 14 kr der óg," var første svaret. "Ja, men dersom vi fremdeles skulle ha 10 kr per elev hvor ville streken gå da for å komme opp på 168 kr?" "Jo, da må streken fortsette mer ut på sida." Lærer: "Ja, men se her nede, her var det 12…" "Ja, da må det bli omtrent 14 elever da," var svaret. 14 elever var ikke rett, men han måtte gjette fordi koordinatene ikke var merket så langt ut. Det han så var at dersom han ville samle mer penger med samme antall kroner per elev, måtte flere elever samle. Jeg tror han oppfattet en sammenheng mellom det han intuitivt så med streken som liksom gikk lenger ut på sida, og det han her så med støtte.

Eksponentiell vekst

Sauegården vår. Jeg ønsket også å prøve ut en annen type graf, og jeg tok da tak i eksponentiell vekst. Elevene har godt kjennskap til gården til Mikal. Han besøker vi to ganger i året. Han har sauer, og om våren yrer det med lam. Om høsten blir ganske mange slaktet. Dette syntes elevene var ille. Vi hadde tidligere snakket om at gården produserer mat og om hvordan det ville være om alle sauene fikk leve. Elevene visste at Mikal har to værer og ca 30 søyer. De fleste sauene fikk tvillinger. Så startet vi med vårt tankeeksperiment: "Hva om vi startet gård og begynte med to lam første året, hvor mange ble det på gården etter ti år dersom alle fikk to lam, en han og en hun, hvert år?" Først måtte de finne tallmønsteret. De fikk et skjema der de skulle fylle ut hvor mange par som fikk lam, hvor mange nye lam og hvor mange sauer i alt.

Kjærestepar

Et problem som dukket opp for elevene var at et par sauer er det samme som to sauer. De fikk

År	Nye lam	Antall par som får lam	Antall sauer tilsammen	Marte
1.	2	0	2	
2.	2	1	4	
3.	4	2	8	
4.	8	4	16	
5.	16	8	32	
6.	32	16	64	
7.	64	32	128	
8.	128	64	256	
9.	256	128	512	
10.	512	256	1024	

papirsauer som de skulle legge utover, og jeg ba dem farge blå bjelle på væren. Likevel fikk de problemer med antall par og antall sauer. Da jeg til slutt kalte vær og søye for kjærestepar klarte de å håndtere begrepet "et par sauer". Dette forundret meg ettersom vi hadde hatt om partall og antall par tidligere uten problem.

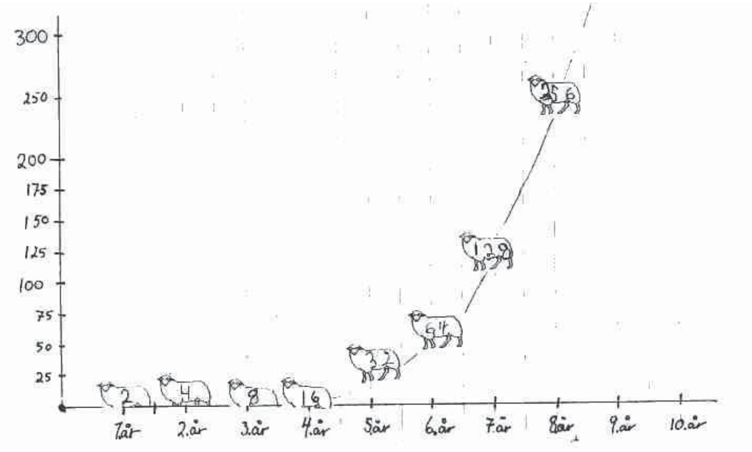
System eller kaos?

Vanskelig var det også at sauene fikk lam hvert år og ikke bare en gang i livet. Det ble dessuten fort mange sauer å holde orden på. Jeg lurte på hvor mange sauer de kom til å legge utover før de gikk over til å se på tallmønsteret og finne ut av systemet. De fleste elevene la ut rundt 32 sauer før de gikk over til å regne. Men de fleste gruppene måtte begynne på nytt igjen med utlegging av sauer mange ganger før de forstod hva de gjorde. Så begynte flere gutter å melde seg ut og lage uro. Jeg opplevde på det tidspunkt hele opplegget som fiasko. Likevel fortsatte jeg i neste time, men da med guttene i egen gruppe for at de skulle finne løsningen selv. Dette gikk over all forventning. De så systemet fort og kom raskt i mål. Janne fant ut av systemet med en gang (allerede i første timen vi jobbet med det), men hun fikk kjempeproblem med å få de på gruppa med seg. Hun forklarte og jeg kunne ikke sagt det bedre, men ikke tale om. Gutten på den gruppa nektet å legge ut en eneste sau så lenge han ikke forstod. Da han kom i guttegruppa ble han heiagjeng for han som først så systemet, men selv klarte han aldri å forstå tallmønsteret. De andre skjønte hvordan tallmønsteret utviklet seg. De så det ble mer og mer. De fikk store tall og det var kjempegøy.

Hvordan vil grafen se ut?

Da de skulle tegne grafen spurte jeg om hvordan de trodde grafen ville se ut. Daniel som hadde vært borte under jobbinga med papirsauene så på tallene og mente den ville se ut som de andre, med pengene og heftene. Ingen protesterte, men jeg så en viss usikkerhet i ansiktene. Vi satte i gang med å tegne grafer. Denne gangen limte vi på små sauer i stedet for å tegne søyler. Antall sauer ble skrevet på sauen. Dette gjorde jeg fordi jeg ville de skulle holde fast på hva vi drev på med. Koordinatene hadde jeg tegnet inn på forhånd. En rute var nå 25 sauer. Det ble vanskelig i starten. I de første åra var antall sauer under 25 slik at en ikke kunne se at det vokste. Senere måtte de finne det nærmeste tallet på Y-aksen, for eksempel dersom antall sauer var 128 måtte de lime papirsauen på 125.

Etter kort stund med liming av papirsauer uttaler Christian: "Jeg ser hvorfor det blir slik, det er fordi vi legger til større og større tall!" To dager senere skriver han i loggen sin: "Vi dobla og dobla!" Han som først meldte seg helt ut



klet seg slik som de andre oppgavene. Som Christian sa: "Jeg ser hvorfor det blir slik, vi legger til større og større tall!" For senere å skrive: "Det doblet seg og doblet seg!" Dette siste ville kanskje blitt tydeliggjort for flere om vi hadde fargelagt søylene. For Christian ble nok det visuelle bildet en bekreftelse på det han så i tallmønsteret han laget.

hadde virkelig forstått hva han jobbet med!

Jeg tror elevene oppfattet rutene under sauene som søyler, selv om søyler ikke ble tegnet. Det siste elevene gjorde med grafen var å tegne streker mellom sauene.

Samtalen rundt grafen

Når elevene snakket om hvordan tallene vokste ut i fra grafen var de veldig generelle: "Det vokser mer og mer", "Vi plussa større og større tall", "Til slutt fór det rett til værs", "Det gikk sakte og så litt fortere og så gikk det rett opp!" Det var slik at jeg lurte på om de visste hva som vokste fortere og fortere, "Jo, det er fødslene," sa en, "ja, hvor mange sauer det blir," sa en annen. I loggen skriver Marte to dager senere: "Det vokste fortere og fortere, flere og flere sauer slik at vi må bygge gården større!"

Det overrasket meg at elevene snakket i så generelle vendinger om denne grafen. Sauer ble ikke nevnt før jeg spurte elevene hva som egentlig vokste fortere og fortere. I oppgavene før snakket elevene om hefter når jeg spurte om lengste tårn. Eller de snakket om penger når vi så på tårna vi fikk i pengeoppgaven. Jeg tror elevene da følte behov for å bekrefte for seg selv hva de snakket om fordi symbolene var fjernt fra hva de skulle symbolisere, mens de i siste oppgaven ikke trengte å snakke om sauene fordi alle så at det var sauer vi snakket om.

Elevene oppdaget fort at denne ikke utvi-

For vanskelig?

Sammenhengen mellom grafen og tallmønsteret ble her ganske grei. For elevene var den største vanskeligheten å legge ut sauene og telle dem. Elever som ikke forsto hvordan en fant tallene så greit ut fra grafen hvordan utviklingen gikk. Selv synes jeg oppgaven med sauene var i vanskeligste laget. Flere elever skreiv i loggen at den var vanskeligst, men de samme skrev også at oppgaven med sauene var den kjekkeste. Det var morsomt å se hvor fort det gikk på slutten.

Da vi var ferdig med oppgaven, spurte jeg elevene om vi egentlig hadde lært noe om gård og sauer. Det ble først stille og så kom det fra Janne, "Vi har i alle fall lært at vi må slakte sauer!" Det var en logisk slutning ut fra situasjonen vi tok utgangspunkt i.

Dersom noen hadde spurt meg om opplegget med sauene midt i prosjektet, ville jeg sagt det var mislykket. Men hva er et mislykket prosjekt? Elevene og jeg var frustrerte, men betyr det at det er mislykket? Ut fra hva elevene skrev og sa om oppgaven var det tydelig at de hadde lært noe. For meg ble det også en lærdom å høste; timer må ikke være strømlinjeformet for at elevene skal få utbytte av dem. Men slitsomt er det når en står midt opp i det.

(fortsettes side 32)

Øistein Bjørnestad

Litt om å "forstå" regnbuen

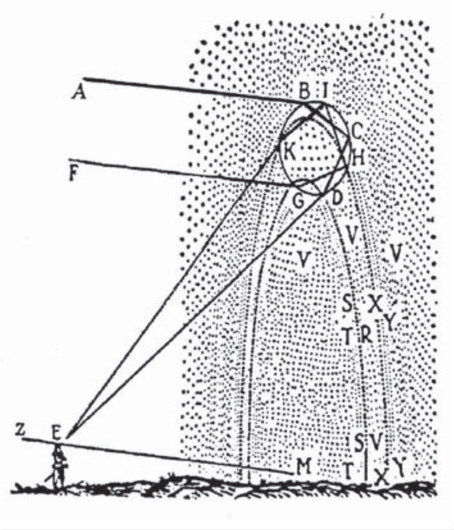
Regnbuen er et påfallende fenomen. I årtusener har en forsøkt å forstå hvordan den kommer i stand. La oss tenke oss en akse fra sola gjennom vårt eget hode. Vi står med ryggen mot sola. I forhold til denne aksen har vi en *hovedregnbue* ved om lag 42° og en atskillig svakere *sekundær regnbue* ved om lag 50°. (En tredje regnbue kan av og til skimtes i retningen *mot* sola.) I området innenfor hovedregnbuen finner vi noen lyssvake bånd, gråhvite, grønne og purpurrøde, de såkalte *overtallige regnbuebånd*. Dette området er forresten lysere enn himmelen ellers, mens området mellom hovedregnbuen og den sekundære regnbuen er mørkere. Det sistnevnte området kalles *Alexanders bånd* etter grekeren Alexander fra Afrodisias.

Hovedregnbuen har et rødt bånd ytterst, deretter ser vi oransje, gult, grønt, blått, og fiolett innerst. For den sekundære regnbuen er det omvendt.

Alt hos Aristoteles finner en tanker om hvordan regnbuen oppstår. Men først omkring år 1300 finner vi vitnesbyrd om *eksperimenter* for å finne ut av disse tingene. Den tyske dominikaneren Dietrich av Freiberg (ca. 1240–ca. 1319) og, omtrent samtidig, perseren Kamal al-Din Abu'l Hasan Muhammad Al-Farisi (ca. 1260–ca. 1320) skal ha gjort eksperimenter med kuleformede glassflasker fylt med vann. De tenkte at disse skulle gjøre det mulig å studere lysets gang i vanndråper (som i regn). Tankene som ble satt fram, gikk ut på at innfallende lys først blir brutt ved overflaten av dråpen, så blir reflektert inne i dråpen, og deretter blir brutt på ny når det forlater dråpen. Glasskarene som ble brukt i eksperimentene, var et kompliserende element. For det foregikk jo også bryting ved overflatene av glasskarene! Mens Al-Farisi var uklar når det gjaldt hvor mange ganger lyset blir reflektert inne i dråpen, mente Dietrich av Freiberg at hovedregnbuen oppstår ved at lyset reflekteres *én* gang, den sekundære regnbuen ved at lyset reflekteres *to* ganger inne i dråpen. (Ting kan tyde på at Dietrich utførte eksperimenter med duggdråper, ikke med glassflasker fylt med vann (se [1]).)

Etter Dietrichs tid kom det til en dreining i synet på hva som var viktig å forske på, og noe framskritt i studiet av regnbuen kom først århundrer senere. Mange framstillinger av vårt emne framhever – noen mener med urette – René Descartes (1596–1650) arbeid som en milepel. Se figur 1, som viser en tegning fra Descartes *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences. Plus la Dioptrique, les Météores et la Géométrie qui sont les essais de cette méthode (1637)*. Descartes

Øistein Bjørnestad
Høgskolen i Sogn og Fjordane
oistein.bjornestad@hisf.no



Figur 1

må ha tenkt at sola er umåtelig langt borte, slik at solstråler er parallelle. Dietrich hadde tenkt langs aristoteliske baner. På tegningene hans sprer solstrålene seg ut fra et punkt. Dietrichs teori om regnbuen ble trukket fram igjen tidlig på 1600-tallet, av Marco Antonio de Dominis. Den noe yngre Descartes (1596–1650) kom under vær med denne teorien. I motsetning til Dietrich var Descartes fortrolig med loven for brytning av lys i grenseskiktet mellom to stoffer av forskjellig brytningsindeks, som det heter. Den korrekte teorien for slik brytning ble lagt fram av nederlenderen Willebrord Snell i 1621. Descartes *Discours de la méthode* kom i 1637. Da var Snell død, og Descartes fant ingen grunn til å nevne Snell. Franskmennene omtaler til denne dag Snells lov som Descartes lov. Descartes la forresten fram et "bevis" for denne loven som var grunnleggende feilaktig (som nesten samtlige av hans forklaringer av fysiske forhold). Korrekt ble denne loven først forklart av Christiaan Huyghens og Pierre de Fermat.

Videre framgang i teorien for regnbuen kom med Newtons *Opticks* av 1704. Her legger Newton fram sin teori for lysbryting og fargespredning (dispersjon). George Biddell Airy (1801–92) redegjorde for hvordan utseendet av regnbuen endrer seg med størrelsen på vanndråpene. Utover på 1900-tallet kom nye bidrag til forklaringen av regnbuen.

Etter disse historiske glimtene tar vi nå for oss noen få trekk ved regnbuen som vi kan si litt om ut fra elementære kunnskaper i geometri og trigonometri og litt fortrolighet med regneark.

Hovedregnbuen

Lys fra sola inneholder stråling av mange bølgelengder – fra ca. 0,000390 mm (fiolett lys) til ca. 0,000750 mm (rødt lys). Prismer, vanndråper, o.l. viser fargespredning (dispersjon): de er i stand til å skille bølgelengdene og dermed fargene fra hverandre. Det har seg nemlig slik at når lys treffer grenseflaten mellom to ulike stoffer, som luft og vann, så endrer lyset retning. Det blir *brutt*. Og lys av ulik bølgelengde brytes ikke like mye – rødt minst, fiolett mest.

En tenker seg som sagt at regnbuen kommer fram ved at lys fra sola blir brutt og reflektert i vanndråper. På figur 2 tenker vi oss at det kommer lys horisontalt inn mot en vanndråpe (sent om kvelden når sola står lavt!).

Innfallsvinkelen er a, den måles i forhold til normalen på kuleflaten der lysstrålen treffer vanndråpen.

Når lys treffer en overflate som danner grense til et annet stoff, blir lyset *brutt*. Når lyset går fra luft til vann, er *brytningsvinkelen* b mindre enn innfallsvinkelen a. Når lyset går fra vann til luft, er det omvendt.

På figuren har vi bare tegnet lys som blir brutt inn i vanndråpen ved A, reflektert fra veggen av dråpen ved B og brutt ut av dråpen ved D i retning av observatøren ved O. – Noe lys blir reflektert ved A, noe blir brutt ut av vanndråpen ved B og noe blir reflektert ved D. Dette er vi ikke interessert i her, og vi har sett bort fra det.

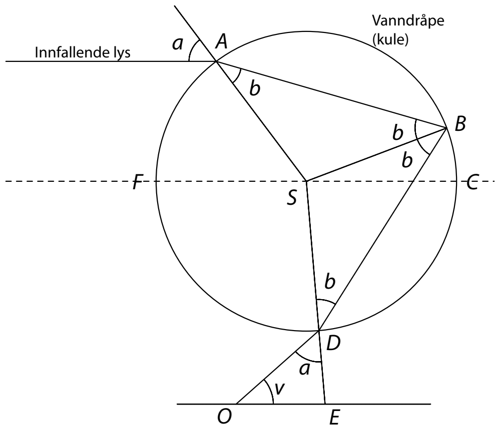
Vi studerer nå figur 2. Brytningsvinkelen b står fire steder. Det har å gjøre med at trekantene ABS og BDS er likebente og kongruente. Dermed finner vi vinkelen a både ved A og ved D (forklar selv).

Merk: Ved bryting følger lysstrålen Snells lov:

$$n_a \cdot \sin a = n_b \cdot \sin b.$$

n_a og n_b er de såkalte *brytningsindeksene* for de respektive stoffene. Her skal vi regne med at $n_a = 1$ (luft) og $n_b = 1{,}32998$ (vann, rødt lys med bølgelengde 0,000750 mm). Brytningsindekser for forskjellig stoffer og ved forskjellige bølgelengder kan en finne på internett (se f. eks. [2])

Radien i vanndråpen kaller vi *r*. Vi skal regne med at lysstrålen kommer inn mot dråpen horisontalt, parallelt med den stiplede linjen gjennom sentret av vanndråpen og i avstand 0,8624 *r* fra denne. (Grunnen til tallet 0,8624 forklarer vi nedenfor.)



Figur 2

– Innfallsvinkelen a er ca. 59,59°:

$$\sin a = \sin \angle ASF = \frac{0{,}8624r}{r} = 0{,}8624,$$

(Bruk $\sin^{-1}$-tasten på lommeregneren.)

– Brytningsvinkelen b er ca. 40,42°. Snells lov:

$$n_a \cdot \sin a = n_b \cdot \sin b,$$

$$\sin b = \frac{n_a \cdot \sin a}{n_b} \approx \frac{1 \cdot 0{,}8624}{1{,}32998} \approx 0{,}6484,$$

$$b \approx 40{,}42°$$

– Vinkelen v er ca. 42,50°:

$\angle ASB = 180° - 2b = \angle DSB,$

$\angle BSC = 180° - \angle ASF - \angle ASB = 2b - a,$

$\angle DSC = \angle DSB - \angle BSC = 180° + a - 4b,$

$\angle DEO = \angle DSC,$

$v = 180° - \text{a} - \angle DEO = 4b - 2a$

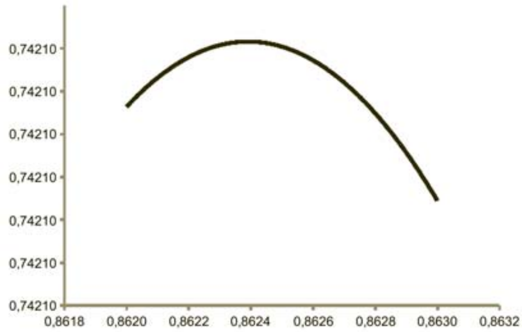
$\approx 4 \cdot 40{,}42° - 2 \cdot 59{,}59° = 42{,}50°$

– Litt om hvorfor vi valgte avstanden mellom lysstrålen og den stiplede linjen gjennom sentrum av sirkelen på figur 2 lik 0,8624 *r*: Dersom vi setter nevnte avstand lik *kr*, og gjennomfører regningen som ovenfor, får vi

$$v = 4 \cdot \sin^{-1} \frac{k}{1{,}32998} - 2 \cdot \sin^{-1} k.$$

($\sin^{-1} x$ er den vinkelen som har sinus lik x.) Vi ser at v er en funksjon av k. Det er en smal sak, også for elever i ungdomsskolen, å finne ut av hvordan v varierer med k. I regnearket Excel lager en seg en tabell over verdier av k og tilhørende verdier av v, og fremstiller disse dataene i et diagram. (Funksjonen $\sin^{-1}$ heter i Excel ARCSIN.) Resultatet vil bli omtrent som på figur 3. Vi ser at v vokser når k vokser, er maksimal for k nær 0,8624, og avtar så når k vokser videre.

Nå har det seg slik at lys som treffer dråpen slik at v blir maksimal, også kaster mest lys tilbake mot observatøren ved *O*! (Det får bare stå som en påstand.) Når vinkelen v minker mot 0, vil den "delen" av lyset som blir sendt tilbake mot *O* minke kraftig. Vi vil da vente at for eksempel det røde båndet i hovedregnbuen vil være kraftigst rødt ved om lag 42,50°, svakere etter hvert som vinkelen avtar. Ved å gjennomføre en regning som den ovenfor med brytningsindeksen $n_b = 1{,}34504$ for den korteste bølgelengden i den synlige delen av spekteret (0,000390 mm, fiolett lys), vil regningene tyde på at vi har et fiolett bånd som er kraftig ved ca. 40,36° og ganske raskt blir svakere ved mindre vinkler. (Vi må da bruke $k \approx 0{,}8546$ av tilsvarende grunner som vi brukte $k \approx 0{,}8624$ for rødt lys med bølgelengde 0,000750 mm.)



Figur 3

Vi har bare tatt for oss to bølgelengder, ytterpunktene i den synlige delen av spekteret. Selvsagt bidrar også bølgelengdene mellom disse to til regnbuen. De forskjellige bidragene "legges oppå hverandre" i en viss forstand, og tingene blir kompliserte.

Den sekundære regnbuen

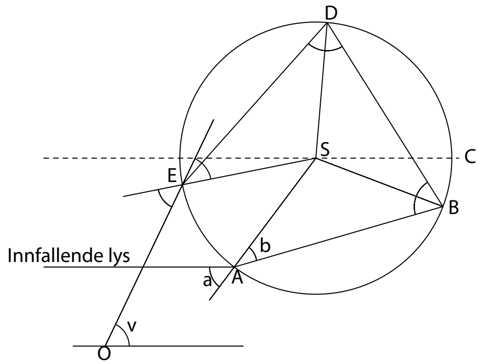
Lysstrålen i figur 4 går inn i dråpen ved *A*, reflekteres ved *B* og ved *D*, forlater dråpen ved *E*, og når observatøren ved *O*. Linjen fra venstre mot høyre gjennom *O* er parallell med den stiplede linjen gjennom *S*. Vi har lagt inn en hjelpelinje, en forlengelse av *OE*, for den som vil prøve å finne et uttrykk for *v* ut fra figuren. Vinkelen *b* finnes seks steder på figuren (trekantene *ABS*, *BDS* og *DES* er likebente og kongruente). Et resonnement omtrent som det for figur 2 gir oss at

$$v = 180° + 2a - 6b.$$

Setter vi igjen avstanden mellom den innfallende lysstrålen og aksen gjennom *S* lik *kr*, får vi for rødt lys

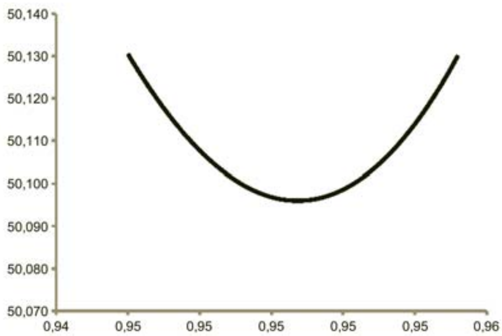
$$v = 180° + 2 \cdot \sin^{-1} k - 6 \cdot \sin^{-1} \frac{k}{1{,}32998}.$$

Går vi fram på samme måte som ovenfor, finner vi at funksjonen *v* av *k* avtar mot et minimum ved $k \approx 0{,}9507$. Med denne verdien av *k* får vi



Figur 4

$v \approx 50{,}10°$. Se figur 5. Det røde båndet i den sekundære regnbuen befinner seg fra denne vinkelen og litt utover. For det fiolette båndet finner vi å måtte bruke $k \approx 0{,}9481$, og får $v \approx 54{,}00°$. Det fiolette båndet starter ved denne vinkelen og går litt utover.



Figur 5

Referanser

[1] Cohnitz, Daniel (2003): Ray of Light? Dietrich von Freiberg und die Geschichte von der mittelalterlichen Wissenschaft. *Studia Humaniora Tartuensia*, 4.B.1. Tilgjengelig fra http://www.ut.ee/klassik/sht/. [Lastet ned 05.07.2006].

[2] *Luxpop Index of refraction values and photonics calculations*. Tilgjengelig fra http://www.luxpop.com. [Lastet ned 06.07.2006].

Egil Nodland, Kenneth Mikalsen

Virtuell sjokoladekakebaking med kjemometri!

Innledning

Forskningsdagene er en nasjonal festival der forsknings- og kunnskapsbaserte institusjoner viser fram sin virksomhet for allmennheten på nye og spennende måter. Målsetningene for festivalen er å [1]:

– vekke nysgjerrighet, interesse og forståelse for forskning og forskningens resultater hos folk flest
– formidle hva forskningen betyr i vårt daglige liv
– vise sammenhengen mellom forskning, innovasjon og næringsliv
– vekke interesse i mediene for forskning og forskningsresultater
– bidra til rekruttering av unge til forskning

Under fjorårets forskningsdager deltok 6. trinn på Apeltun skole i Bergen i et skoleprosjekt. Prosjektet inngikk i undervisningen i matematikk og naturfag. Denne artikkelen er en oppsummering av prosjektet, og er skrevet som et hjelpemiddel for dem som vil prøve dette i egen klasse.

Egil Nodland
Universitetet i Bergen
egil.nodland@kj.uib.no

Kenneth Mikalsen
Apeltun skole
kenneth.mikalsen@bergen.kommune.no

Ved hjelp av et dataspill var målet for prosjektet å produsere sjokoladekaker av 5-stjerners kvalitet. Produksjonen bestod av to trinn:

1) Blande, røre og steike. Sjokoladekakefabrikken har to tanker som inneholder to forskjellige rører. Første del av produksjonen gikk ut på å blande rørene og steike kakene. Oppgaven til elevene var å finne riktig blandingsforhold mellom rørene og riktig steiketid og temperatur.

2) Påføring av glasur. Her skulle elevene bestemme sammensetningen av glasuren som i hovedsak bestod av smør, melis og kakao. Etter påføring av glasur tok et spektrofotometer opp et spektrum som ble benyttet til kvalitetskontroll av glasuren.

Hver kake ble testet av en hund. Den gav karakter for kaken og glasuren. Målet var å lage en kake som ble bedømt til 5 stjerner for selve kaken og 5 stjerner for glasuren. Dersom elevene klarte dette ble det mulig å få listet hele oppskriften på kaken.

Kjemometri anvender matematiske og statistiske metoder, til såkalt flervariabel dataanalyse av måleresultater fra kjemiske systemer eller prosesser. En av grunnpilarene er å omforme og redusere store datamengder til tolkbar informasjon. Noen av metodene er av så generell karakter at de er velegnet til analyse av t.d. trivselsundersøkelsen 2006. Et annet av kjemometriens fundamenter er eksperimentell forsøksplanlegging hvor man ut fra så få forsøk som mulig ønsker å hente ut så mye informasjon og kunnskap som mulig. [2,3]

Gjennomføring

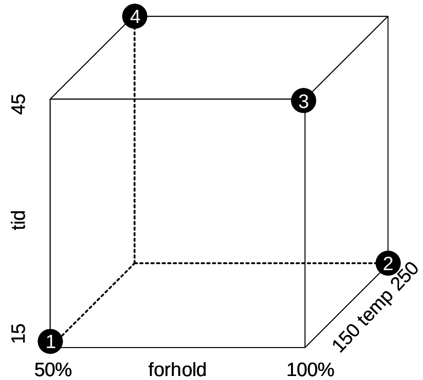
Elevene utførte prosjektet i perioden 18. august til 22. september 2006. Apeltun skole har en tilstrekkelig stor park av datamaskiner slik at elevene kunne arbeide to og to. Spillet er utviklet av Must AS og krever Java 1.5. Spillet er til fri bruk og finnes på nettstedet kjemometri.org [4].

Etter en kort innføring i spillereglene og målet, løste elevene oppgaven etter prøve og feile metoden. I ettertid antok de forsiktig at dette krevde totalproduksjon av omlag 5600 kaker. De kom frem til et prisoverslag pr. kake på kr 40,– etter en handletur på nærbutikken. Til sammen ville utgiftene til kun ingrediensene komme på kr 224000,–. Prøve og feile metoden i produktutviklingen ble forkastet av elevene med begrunnelse i for høye kostnader, avfallsmengden av ubrukelige kaker, tiden det ville ta for å lage og teste kakene og at det ville forbrukes store mengder gode råvarer som kunne bli brukt til annen matlaging. Dette var motivasjonen for å introdusere eksperimentell forsøksplanlegging. Denne består av følgende fem steg: planlegging, eksperimentering, analyse og modellering, tolkning og til slutt konkludering.

Planlegging

Her skal faktorene som kan påvirke kvaliteten eller mengde utbytte av prosessen identifiseres. Målet her var å finne sammenhengen mellom bakeforholdene, og hvordan de burde stilles inn for å få laget 5-stjernerskake. De tre variablene, eller faktorene, som kunne endres på var blandingsforholdet mellom kakerørene, steikeovnstemperatur og steiketid. Fornuftige områder for innstillingene på variablene må også finnes. T.d. finner de fleste at steiketemperatur på 30°C i 3 minutter er urimelig.

Ved å velge to ulike innstillinger, lavt og høyt nivå, på hver av variablene hadde vi totalt åtte ulike innstillingskombinasjoner. Disse fremkommer som hjørnene i kuben som er vist i figur 1. Vi håpet at bare halvparten av de 8 mulige forsøkene kunne si oss noe om sammenhengen mellom innstillingene i sjokoladekakefabrikken og kakekvaliteten.



Figur 1. De fire første forsøkene er vist som svarte kuler. Kuben representerer hele det aktuelle leiteområdet.

Eksperimentering

Elevene utførte så de fire forsøkene som er vist i tabell 1.

Forsøk nr	forhold	temp	tid	svar fra hund
1	-1	–1	–1	0
2	1	1	–1	41
3	1	–1	1	10
4	-1	1	1	15

	Lavt, –1	Høyt, +1
forhold	50 %	100 %
temp	150 °C	250 °C
tid	15 min	45 min

Tabell 1: Designmatrisen for forsøksplanen. Det høyeste svar hunden kunne gi var 100. Svar ≥ 90 gav 5-stjerners kaker.

Under datafangsten fra spillet ble ”klipp og lim” -funksjoner benyttet av elevene som behersket dette. Svarene fra hunden er gjennomsnittsverdier fra tre eller flere kaker laget under identiske betingelser. Utregningene av middelverdiene ble gjort vha regnearkfunksjoner eller kalkulator.

Analyse og modellering

Fra tabell 1 kunne elevene finne ut hvordan endringene i svaret fra hunden fulgte en endring i én faktor. Forsøk 1 og 4 inneholder begge kombinasjoner av temperatur og tid ved det lave blandingsforholdet. Forsøk 2 og 3 inneholder begge kombinasjoner av temp og tid ved det høye blandingsforholdet. Ved å beregne middelverdien av de to forsøkene ved det lave blandingsforholdet og middelverdien av de to forsøkene ved det høye blandingsforholdet fant elevene et mål på effekten av blandingsforholdet. Den såkalte hovedeffekten ble funnet ved å regne ut differansen mellom de to middelverdiene. Alt kunne regnes for hånd slik:

Hovedeffekt av blandingsforholdet =

$$\frac{(41+10)}{2}-\frac{(0+15)}{2}=\frac{51}{2}-\frac{15}{2}=18$$

Ligning 1

Hovedeffekten måler middeleffekten av blandingsforholdet ved alle mulige betingelser for de to andre variablene.

Forsøk 1 og 3 inneholder alle kombinasjoner av blandingsforhold og steiketid ved lav steiketemperatur, og forsøk 2 og 4 inneholder alle kombinasjoner av blandingsforhold og steiketid ved høy steiketemperatur.

Hovedeffekten av steiketemperaturen =

$$\frac{(41+15)}{2}-\frac{(0+10)}{2}=\frac{56}{2}-\frac{10}{2}=23$$

Ligning 2

Tilsvarende fant de hovedeffekten av steiketiden som differansen mellom gjennomsnittsverdien av svaret fra hunden i forsøk 3 og 4 og gjennomsnittsverdien av forsøk 1 og 2.

Hovedeffekten av steiketid =

$$\frac{(10+15)}{2}-\frac{(0+41)}{2}=\frac{25}{2}-\frac{41}{2}=-8$$

Ligning 3

Tolkning

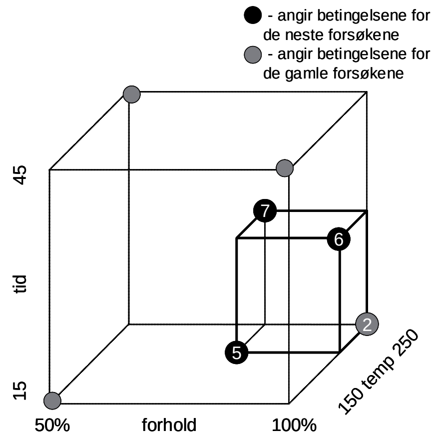
Tolkningen av disse hovedeffektene er som følger;

Ved å gå fra lave til høye innstillinger på blandingsforhold og steiketemperatur gav hunden oss flere stjerner! Hovedeffektene er positive.

Ved å gå fra kort til lang steiketid gav hunden oss færre stjerner! Hovedeffekten er negativ.

Konklusjon

Leiteområdet kunne derfor innskrenkes til hhv 75–100 % for blandingsforholdet, 200–250 °C for steiketemperatur og til 15–30 minutters steiketid. Det nye leiteområdet er vist i figur 2.



Figur 2. Etter de fire første forsøkene kan leiteområdet innskrenkes til den lille terningen. Kun tre nye forsøk var nødvendig å utføre.

Med de nye svarene fra hunden ble nye analyser og beregninger tilsvarende ligningene 1 til 3 ufført. Denne gangen var alle hovedeffektene negative. Ved å gå fra lave til høye innstillinger på alle variablene gav hunden dem færre stjerner. Etter å ha begrenset leiteområdet ytterligere i henhold til hva de nye hovedeffektene fortalte ble ytterligere tre nye forsøk gjort. I tillegg ble et såkalt senterpunkteksperiment uført. Da hadde elevene funnet fram til et sett variabelinnstillinger som gav stabil produksjon av 5-stjernes kaker på kun elleve forsøk, en betydelig innsparing i forhold til de 5600 forsøkene etter "prøve og feile"-metoden.

Kvalitetskontroll ved bruk av spektroskopiske metoder

Samme metodikk som over kan brukes til å finne frem til sammensetningen av 5-stjerners glasur. Dette overlater vi imidlertid som en øvelse til leseren.

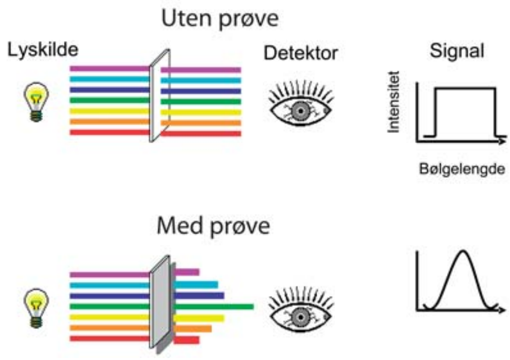
Den synlige delen av det elektromagnetiske spektrum består av stråling (lys) ved ulike bølgelender som oppfattes som fargene rødt, oransje, gult, grønt, blått og fiolett. Sammen oppfattes den strålingen som hvitt lys. Prinsippet for et spektrometer er vist i figur 3.

I sjokoladekakefabrikken var spekteret til den perfekte glasuren oppgitt. Hovedingrediensene som kunne endres på var smør, melis og kakao. Hver av dem hadde sin egen signalform som vist i figur 4. Disse formene endres ikke med økende mengde, men størrelsen gjør det.

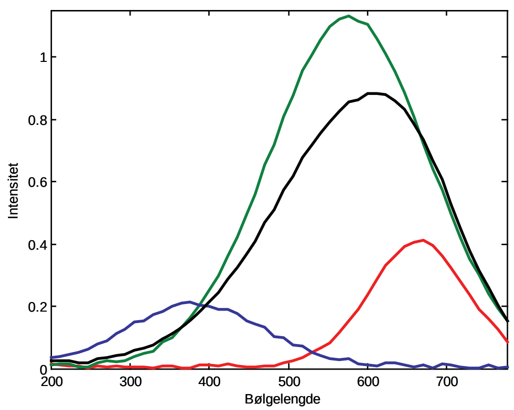
Spekteret for glasuren, S_g, fremkommer som summen av spektrene av hver ingrediens, multiplisert med de respektive mengder, m, som er benyttet. Detter er en anvendelse av Beer-Lamberts lov for blandinger. Vi har dermed $S_g = m_1S_1 + m_2S_2 + m_3S_3$, senket skrift henviser til de tre ulike ingrediensene.

I figur 5 er det vist hvordan spekteret av en 2-stjerners glasur kunne sett ut.

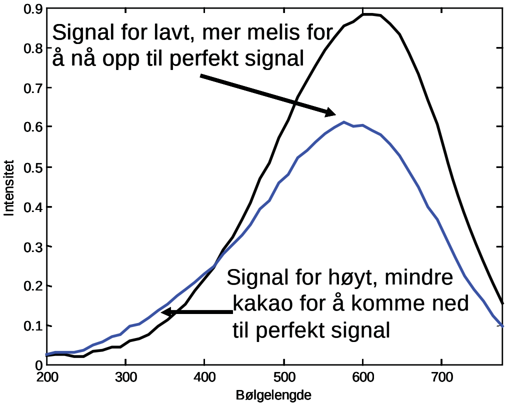
I bølgelengdeområdet rundt 590 nm er signalet for svakt. For å øke signalstyrken må mengden av ingrediensen som har sin maksimale signalstyrke i samme område økes. Dette er melis, som har sitt maksimum på omlag 580 nm. I bølgelengdeområdet rundt 300 nm er signalet for høyt i forhold til den perfekte glasuren. Mengden av ingrediensen som har sin maksimale signalstyrke i dette området må reduseres. Kakao har sitt maksimum på om lag 370nm. Med denne kunnskapen i bagasjen løste elevene



Figur 3. Prinsippskisse av et spektrometer for det synlige området. Øverst: Fra venstre produserer en lyskilde synlig lys med lik intensitet på alle bølgelengder. Dette passer uhindret til detektoren på høyre side av prøvekammeret. Det registrerte signalet inneholder alle bølgelengder, med lik intensitet. Nederst: lyset fra kilden passerer en prøve som absorberer stråling ved korte(fiolett) og lange (rød) bølgelengder. Det grønne lyset absorberes ikke av prøven. Det registrerte signalet er unikt for prøven og kan brukes til identifisering.



Figur 4. Spektra av perfekt glasur og de rene hovedingrediensene smør, melis og kakao. Svart=perfekt glasur, blå=kakao, grønn=melis, rød=smør



Figur 5. Spektrum av en 2-stjerners glasur bestående av 50g smør, 150g melis og 25g kakao. Svart=perfekt glasur, blå=2-stjerners glasur.

glasurgåten hurtig.

Prosjektet ble avsluttet ved at 6 elever som representerte variasjonen av klassen laget et 15 minutters foredrag. Generalprøven ble holdt for resten av klassen. Fredag 22. september deltok hele klassen på forskningsdagene i Bergen, og foredraget ble holdt for elever fra en av de andre deltagende skolene.

Oppsummering

Kunnskapsnivået blant 11-åringene i denne klassen spriker, som i de fleste andre klasser antar vi. Noen hadde full forståelse for at det var lurt å vente til ovnstemperaturen var konstant før de hentet svarene fra hunden vha. av "klipp og lim"-funksjoner. Noen beregnet gjennomsnittsvar av 3–5 kaker med 3 desimalers nøyaktighet vha. kalkulator. Andre slet med tallene opp til 1000, enn si å regne med dem. Innledningsvis slet alle med forståelsen av å gjøre systematiske forsøk som vist i tabell 1. Etter hvert ble gevinsten av en slik fremgangsmåte verdsatt. Den aller største bøygen var å håndtere ligning 1–3. Svarene fra hunden var gitt som desimaltall. Vi valgte å forenkle dette til heltall. Parenteser og multiplisering med positive og negative fortegn var for de aller fleste utenfor rekkevidde – og det inntil da dekkede pensum. Når ligningene ble presentert som vist ovenfor, klarte mange å regne ut hovedeffektene. Dette ble gjort med et utvalg elever.

Elever med lese- og skrivevansker klarte seg meget bra, og var blant de første som lyktes med å bake 5-stjerners kaker. Av de 6 elevene som var plukket ut til å lage foredraget valgte en å trekke seg grunnet nervøsitet. De andre satt ut over normal skoletid, og en trosset lettere sykdom for å kunne øve på og delta på fremførelsen.

For eldre elever bør spillet kunne brukes uten tilpasninger av hvordan tallmaterialet presenteres. I tillegg til gjennomsnittsberegninger av flere kaker, kan spredningsbergninger inkluderes for å kunne estimere usikkerhet i hovedeffekter. Begrepet samvariasjon, eller korrelasjon kan belyses. I tillegg til å beregne hovedeffekter kan vekselvikninger beregnes. For elever i videregående skole kan man gå videre til regresjonsanalyse og responsflatemodellering.

Referanser

[1] http://www.forskningsdagene.no/c26720/artikkel/vis.html?tid=29652

[2] Box, George E.P.; Hunter, William G. og Hunter, J. Stuart (1978) *Statistics for experimenters. An introduction to design, data analysis, and model building*. John Wiley & Sons, New York

[3] http://www.chemometrics.se/index.php?option=com_content&task=view&id=18&Itemid=1

[4] http://www.kjemometri.org/nyheter/Forskningsdagene2006/Sjokoladekakefabrikken.htm

Ingvill Merete Stedøy-Johansen,
May Renate Settemsdal

Matematiske modeller er ikke alltid rette linjer!

(etter en ide fra Anders Isnes, Naturfagsenteret)

Matematiske modeller vi lager på skolen med eksperimentelle (empiriske) data, har en tendens til å gi tilnærmet lineære funksjoner. Anders Isnes fra Naturfagsenteret viste et enkelt eksperiment med fritt fall av muffinsformer. Dette blir fall med luftmotstand, og det viser seg at det blir en ikke-lineær funksjon.

Problemstillingen er som følger. *Hva blir sammenhengen mellom antall muffinsformer (lagt inni hverandre) som slippes fra en bestemt høyde og tiden de bruker på å falle til bakken?*

Vi skal ikke bruke avansert fysikk for å finne en formel, men vi skal samle noen empiriske data som gjør oss i stand til å tegne et grafisk bilde av denne sammenhengen. Denne grafen kan fungere som en matematisk modell for sammenhengen vi er ute etter. Gjort på denne måten, kan dette opplegget fungere godt i ungdomstrinnet, både for å få en bredere forståelse av funksjonsbegrepet, og for å se en ikke-lineær modell av et fysisk fenomen. Vi viser til slutt i artikkelen hvordan elever med fysikk i videregående skole, kan beregne funksjonsuttrykket teoretisk.

Eksperimentet krever bare at elevene har tilgang på muffinsformer, og at de har en god stoppeklokke.

Elevene arbeider to og to. De må lage seg en tabell til å notere tider for de forskjellige antallene med muffinsformer. Diskuter med elevene hvor mange forsøk de skal gjøre med hvert sett av muffinsformer for å få et godt resultat. Kanskje de må prøve noen ganger med bare 1 muffinsform for å se hvor gode de er til å ta tiden. Ut fra erfaringene med dette, bestemmer de hvor mange målinger de skal ha på hvert sett. For å få kun én verdi, bruker de gjennomsnittstidene av målingene for hvert sett. I eksempelet nedenfor har vi målt to ganger for hvert sett. Muffinsformene må slippes fra samme høyde hver gang.

Alle skal måle tidene for 1, 2, 3, 4 og 5 muffinsformer. Dette skal gi 5 punkter i et koordinatsystem. Ut fra punktene skal de tegne en glatt kurve, som skal forlenges utover x-aksen til det går an å lese av hvilken tid som skal forventes hvis 10 muffinsformer ligger inni hverandre. Når avlesningen er gjort, skal de teste ut om det stemmer.

Diskuter modellen og gyldigheten av den med elevene.

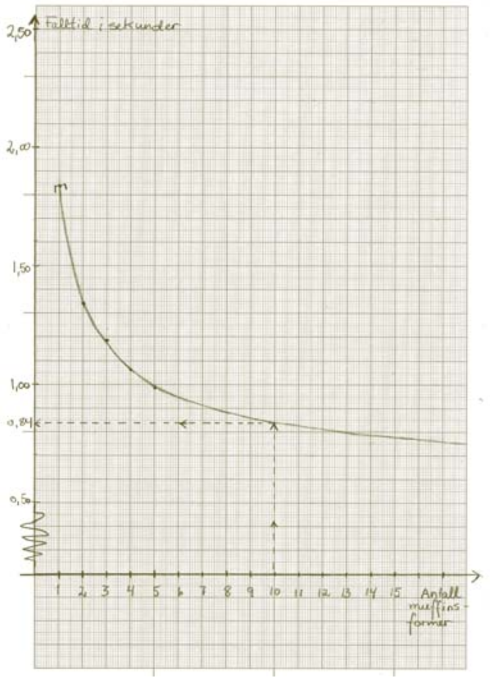
Ingvill Merete Stedøy-Johansen,
Matematikksenteret
ingvill@matematikksenteret.no

May Renate Settemsdal, Matematikksenteret
May.Settemsdal@matematikksenteret.no

Eksempel

Hvis vi tenker oss kurven forlenget, kan vi gjette og sjekke for 20 muffinsformer (se tabell).

Hvordan vil funksjonsuttrykket for denne kurven se ut? Det er i alle fall ikke ei rett linje! Diskuter med elevene at en lineær modell ville



ende opp med at muffinsformene går i bakken på 0 sekunder hvis vi har 10 – 15 muffinsformer inni hverandre. Det kan jo ikke være riktig. For elever i ungdomstrinnet kan det være nok å konstatere at dette er en krum kurve som de ikke kan nok matematikk til å forstå funksjonsuttrykket for. For elever som har valgt fysikk og matematikk i videregående skole, er det fullt mulig å kunne forstå at dette ser ut som en slags eksponentialfunksjon. Fysikkens lover gjør dem i stand til å beregne funksjonsuttrykket.

Tor Andersen ved Matematikksenteret har sett på en teoretisk matematisk modell for fritt fall med luftmotstand. Mange elever er frustrerte over at de i skolefysikken i videregående skole bare får regne på fritt fall *uten* luftmotstand. Det ville føre til at en fallskjermhopper som hopper ut fra 10 000 meters høyde, ville treffe bakken med en fart på nesten 1600 km/t. Noen elever kan komme til å forlate skolen i fast tro på at farten er uavhengig av massen når det dreier seg om fritt fall, sier Andersen.

Hvis vi setter opp en differensiallikning som beskriver hastigheten ved fritt fall der luftmotstanden er b, får vi følgende likning:

$$m\cdot\frac{dv}{dt}=m\cdot g-b\cdot v^2$$

Hvis vi løser denne differensiallikningen og forutsetter at utgangshastigheten er 0, får vi:

$$v(t)=\frac{\sqrt{\frac{mg}{b}}\,(e^{\frac{2}{m}\sqrt{mgb}\cdot t}-1)}{(e^{\frac{2}{m}\sqrt{mgb}\cdot t}+1)}=\sqrt{\frac{mg}{b}}\tanh\left(\frac{\sqrt{mgb}}{m}t\right)$$

Ved å integrere $v(t)$ fra 0 til t, finner vi et uttrykk for strekningen gjenstanden har falt. Det kan vi bruke til å beregne luftmotstanden b ut fra de empiriske dataene.

Antall muffins-former, x	Tid 1 i sekunder	Tid 2 i sekunder	Gjennomsnittstid T(x)
1	1,84	1,84	1,84
2	1,37	1,31	1,34
3	1,18	1,19	1,185
4	1,06	1,06	1,06
5	1,00	0,97	0,985
10			Avlest: 0,84, målt: 0,83
20			Gjettet: 0,78, målt: 0,75

Kjersti Wæge, Nils Kristian Rossing

Strikkhopp med Barbie

Del 1: En matematisk modell med utgangspunkt i målte data

Som en del av grunnlaget for datainnsamling til mitt doktorgradsprosjekt om motivasjon for matematikk, har jeg utviklet et fullstendig undervisningsopplegg i matematikk for grunnkurs i videregående skole. Dette gjennomføres i samarbeid med en lærer og hans klasse i inneværende skoleår.

Et av undervisningsoppleggene er basert på å la Barbiedukker hoppe i strikk fra ei "bru". Matematikktemaet i dette opplegget er praktisk bruk av funksjoner. Idéen til opplegget fikk vi ved å delta på Åsa Hansen og Sanja Herrströms workshop på Matematikkbiennalen i Malmö, 2004 (se www.mah.se/matematikbiennalen).

Vi har brukt opplegget fra 4. trinn i grunnskolen til videregående skole. Denne artikkelen beskriver hvordan opplegget kan gjennomføres i videregående skole. Strikkhopping er populært blant ungdommen, og gjennom dette opplegget får elevene erfare at matematikk kan brukes til å lage matematiske modeller av virkeligheten. Jeg vil først gi en karakteristikk av modelleringskompetansen, deretter vil jeg beskrive selve undervisningsopplegget, hvor fokus er på nettopp modelleringskompetansen. Jeg vil også gi et innblikk i hvordan opplegget ble gjennomført i grunnkursklassen vår.

Kjersti Wæge, Matematikksenteret, NTNU
kjersti.wege@matematikksenteret.no
har skrevet første del av artikkelen

Nils Kristian Rossing, Skolelaboratoriet, NTNU
n-kri-ro@online.no
har skrevet andre del av artikkelen

Artikkelens andre del er redigert og omarbeidet av Christoph Kirfel og Inger Elin Lilland.

Modelleringskompetanse

Modelleringskompetanse er en av åtte matematiske kompetanser som ble lagt frem i rapporten [1], *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til utvikling af matematikundervisning i Danmark* av Mogens Niss og Thomas Højgaard Jensen, 2002.

I år ble det gjennomført nasjonale prøver på grunnkurs. Nasjonale prøver i matematikk er laget for at lærere skal vurdere elevenes matematikkompetanse, og beskrivelsen av kompetansene i nasjonale prøver bygger på rapporten nevnt over.

En matematisk kompetanse er innsiktsfull beredskap til å *handle* på en fornuftig og veloverveid måte i situasjoner der matematikk inngår.

Modelleringskompetanse – å kunne analysere og bygge matematiske modeller vedrørende andre felter

En side av denne kompetansen består i å kunne *utføre aktiv modellbygging* i en gitt sammenheng.

Aktiv modellbygging inneholder flere forskjellige elementer:

– å kunne strukturere situasjonen som skal modelleres,
– å gjennomføre en matematisering av situasjonen, dvs. å oversette objekter, relasjoner, problemstillinger osv. til et område innen matematikken, som resulterer i en matematisk modell,
– å kunne behandle modellen, herunder å løse de matematiske problemene den gir,
– å validere den ferdige modellen, dvs. bedømme dens holdbarhet både i forhold til modellens matematiske egenskaper og i forhold til situasjonen modellen handler om,
– å kunne analysere modellen kritisk, både i forhold til modellens brukbarhet og relevans og i forhold til mulige alternative modeller,
– å kunne kommunisere med andre om modellen og dens resultater,
– å ha overblikk over og kunne styre den samlede modelleringsprosess.

Vi vil her bruke ordene modell og modellbygging i de tilfeller hvor det er en ikke-opplagt sammenheng med den modellerte situasjonen, som innebærer beslutninger, antagelser, innsamling av opplysninger og data m.v.

Barbie hopper strikk fra ei "bru"

De faglige målene for opplegget varierer, avhengig av hvilke forhåndskunnskaper elevene har og når opplegget blir gjennomført innen temaet funksjoner.

Hvis opplegget blir gjennomført i starten av temaet funksjoner, kan målene være

– at elevene skal få en innføring i funksjonsbegrepet,
– å se sammenhengen mellom rette linjer og lineære funksjoner,
– bruke kurvetilpasning (regresjon) med linjal og deretter å finne funksjonsuttrykket når linjen er gitt,
– få en forståelse av begrepene stigningstall og konstantledd og å kunne tolke det i praktiske situasjoner,
– aktiv modellbygging.

I vår klasse hadde elevene arbeidet med rette linjer og lineære uttrykk i to timer før opplegget ble gjennomført. De faglige målene for opplegget var derfor som nevnt over.

Hvis opplegget gjennomføres når elevene allerede har arbeidet en del med temaet funksjoner, kan hensikten være

– å bli kjent med praktiske eksempler på funksjoner,
– bruke regresjon,
– oppøve modelleringskompetanse (som innebærer både å finne modellen, analysere den, vurdere resultatene og gyldigheten av modellen, og vurdere alternative modeller).

Utstyr og klassesituasjon

Målebånd, gummistrikk, Barbie-dukker (alle bør ikke ha samme vekt), linjal, lommeregner, ruteark, skrivesaker.

Elevene arbeider i grupper på to eller tre. Tidsrammen er på 3-4 skoletimer.

Utførelse av opplegget

Gummistrikkene skal knytes sammen og festes til Barbies føtter. Elevene får i oppgave å finne en sammenheng mellom antall strikk som er knyttet sammen og festet til Barbies føtter og fallhøyden hennes. De skal med andre ord lage en *matematisk modell* for denne situasjonen. Hvis elevene ikke har arbeidet noe særlig med funksjoner tidligere, kan det være lurt å tegne et koordinatsystem på tavla og diskutere hva de to koordinataksene skal vise. For å lage en god modell, er det viktig at elevene finner nøyaktige måter å måle fallhøyden på. Når alle gruppene har laget en matematisk modell er det tid for konkurranse. Vi drar til en trappeoppsats eller liknende hvor vi har plassert en stor balje med vann under "stupet". Elevene får vite hvor langt det er ned til baljen, og ved hjelp av den matematiske modellen de har laget skal de beregne hvor mange strikk de skal koble til Barbies føtter. Den gruppa som kommer nærmest vannet, helst slik at håret berører vannet, har vunnet!

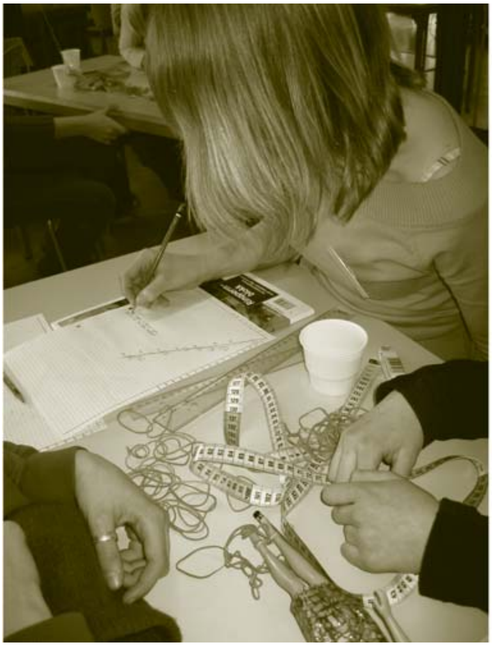
Læreren i vår klasse, Morten, presenterte oppgaven for elevene og illustrerte hvordan de små gummistrikkene skulle kobles sammen og festes til Barbies føtter. Han ba elevene finne en lineær funksjon, et lineært uttrykk, som viste sammenhengen mellom antall strikk og fallhøyden. Etterpå tegnet han et koordinatsystem på tavla, og elevene kom raskt med forslag til hva de to aksene skulle vise. Elevene fikk vite at dagen etter skulle det være en konkurranse i vestibylen, og gruppa som vant konkurransen, ville få en sjokolade. Klasserommet var lite, og gruppene valgte selv å spre seg over hele skolen. Elevenes vinnerinstinkt var til å ta og føle på. I slutten av timen, mens en av elevene etterprøvde gruppas funksjonsuttrykk, kom han med følgende innbitte kommentar: *Vi skal vinne den sjokoladen!*

Mens elevene arbeidet, gikk Morten rundt til alle gruppene. Han fikk elevene til å forklare hvordan de hadde funnet funksjonsuttrykket sitt, hvilke målemetoder de hadde brukt og hvorfor. På forhånd hadde Morten og jeg diskutert hvordan elevene ville løse problemet med at punktene ikke ville ligge på en nøyaktig rett linje og hvilke hint vi eventuelt skulle gi dem. Det viste seg å være uproblematisk. Elevene tok intuitivt frem linjalen og tegnet ei linje som passet godt til punktene. Deretter brukte de linja til å finne konstantleddet og stigningstallet. En av gruppene fikk konstantledd lik 0, for de hadde satt Barbie opp ned og målt fra hodet. Det var helt ok, elevene bestemte selv forutsetningene i modellen sin. Under oppsummeringen derimot, i samlet klasse, diskuterte vi hvilke situasjoner som var reelle og ikke. Hvordan ville hoppet vært gjennomført i virkeligheten?

Så var det tid for konkurranse. Elevene fikk opplyst hvor langt det var fra gelendret og ned til vannflata. De fleste gruppene beregnet hvor mange strikk de skulle bruke ved regning. En av gruppene fant svaret grafisk. I etterkant ble denne gruppa utfordret til også å finne svaret ved regning. Deres Barbie hadde berørt vannflata med håret under konkurransen, så motivasjonen for å regne litt ekstra etterpå var naturlig til stede. En av elevene spurte meg om de måtte bruke hele strikk. "Vi fikk svaret 27,4. Er det lov å holde et sted på strikken?" Vi diskuterte hvorfor det ble slik og ble enige om at gruppa selv fikk bestemme hva de skulle gjøre. Temaet ble tatt opp igjen under oppsummeringen i felles klasse. Under selve hoppkonkurransen skjedde det noe merkelig. Den første gruppa gjorde et perfekt hopp. Barbie berørte vannflaten med håret. En av de andre gruppene forsøkte å jukse og spurte hvor mange strikk de hadde brukt. Når det var deres tur havnet Barbie langt over vannflata. Hvorfor gikk det ikke like bra for den gruppa? Etter konkurransen ble det delt ut sjokolade til den gruppa som kom aller nærmest og til den som kom lengst unna.

Oppsummering og refleksjoner i samlet gruppe

I denne delen av læringsprosessen er det elevene som skal fortelle hvordan de har tenkt, hva de



har gjort og hvorfor? Det er viktig å beregne god tid til oppsummeringen.

- Hvordan tenkte de forskjellige gruppene når de fant modellene?
- Måleusikkerhet og feilkilder.
- Hva betyr de ulike parametrene i modellen?
- Gyldighetsområde.
- Alternative modeller?
- Har vekta til Barbie betydning? Hva hvis Ken skulle hoppe? Hva hvis vi skulle hoppe? Hvordan forgår det når man skal hoppe strikk på ordentlig?
- Er funksjonen kontinuerlig? Hva betyr dette for presisjonen? Diskutér.
- Andre ting?

En av tingene elevene i vår klasse var opptatt av var hvorfor det ikke gikk like bra for den gruppa som jukset.

”Dukkene har forskjellig vekt”, foreslo en av elevene. Han forklarte videre hvordan vekta ville påvirke strikkene. Vi snakket om hvordan stikkhopp foregår på ordentlig. Hva skjer hvis vi lyver på vekta? I diskusjonen om måleusikkerhet og mulige feilkilder kom det frem mange gode forslag:

- Vi prøvde å slippe Barbie på samme måte hver gang, men det var vanskelig.
- Vi passet på at Barbie hadde samme utgangsstilling hver gang, at hun ikke var bøyd forskjellig.
- Strikkene var litt forskjellige, så vi forsøkte å plukke ut strikk som så like ut.
- Når vi knyttet strikkene, var vi nøye med å knytte dem sammen på midten.
- Øyemål er ikke godt nok. Vi holdt en bok under for å måle fallhøyden mer nøyaktig.

Det ble også diskutert hva de ulike parametrene i funksjonsuttrykket fortalte oss. I senere arbeid med lineære funksjoner brukte vi denne kunnskapen.

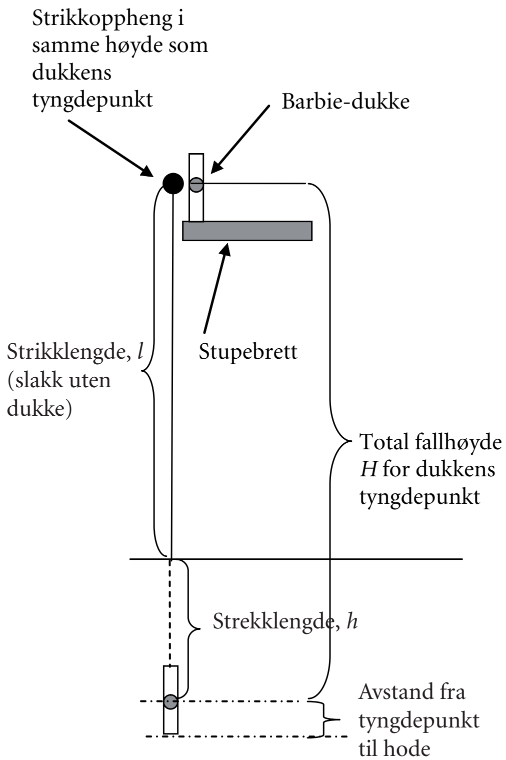
Kommentarer

Før en gjennomfører opplegget, må læreren ha prøvd det ut på forhånd og tenkt nøye gjennom hva som skal være det matematiske fokus. Det er flere grunner til at ikke alle Barbie-dukkene bør ha samme vekt. Den viktigste grunnen er at elevene erfarer at modellene er avhengige av dukkas vekt. Den matematiske modellen som passer best til forsøket er lineær, men det er fint hvis elevene prøver ulike kurvetilpasninger ved hjelp av regresjon på lommeregneren. Hvis elevene har vært nøye med målingene, vil flere av gruppene komme svært nærme vannflata. Det er viktig å utfordre elevene til å finne nøyaktige måter å måle fallhøyden på. Erfaringer viser at de fleste elevene er i stand til å finne gode metoder, bare de blir gjort oppmerksomme på at det er viktig. Et annet viktig element som bør diskuteres under oppsummeringen, er hvor nøye elevene har vært når de har festet strikkene til hverandre og hvordan dette kan ha påvirket resultatene.

Under konkurransen skal elevene bruke den matematiske modellen de har laget til å beregne hvor mange strikk de skal bruke. Elevene vil oppleve, som i vårt tilfelle, at beregningene tilsier at de skal bruke for eksempel 25,7 strikk. Hva velger de og hvorfor? Er funksjonen kontinuerlig? Kan vi ved å bruke andre redskaper få en kontinuerlig funksjon? Hva med Barbies sikkerhet? Det er mye matematikk vi kan diskutere og reflektere over under oppsummeringen, og jeg har bare nevnt noe av det. Det viktigste er å bruke god tid og la elevene få være aktive også i denne delen av opplegget. Våre elever synes opplegget var både spennende og interessant. De hadde arbeidet praktisk, de hadde erfart at matematikk kan brukes i virkeligheten, og at kunnskapene og erfaringene de hadde fått kunne brukes på andre områder i matematikken.

Del 2: Modellering med utgangspunkt i fysiske lover

I denne delen av artikkelen vil vi se på Barbies strikkhopp med utgangspunkt i de fysiske lovene som styrer forløpet. Dette krever kunnskap om disse lovene, hvilke fysiske størrelser som er avgjørende for utfallet og hvordan



formlene som beskriver lovene kan behandles matematisk.

Vi går ut fra at strikkens lengde er fast og at vi ikke skal variere antall strikk i eksperimentet. Problemstillingen er å beregne fallhøyden for dukken når den hopper. En rekke parametre kan være avgjørende for denne spørsmålsstillingen. Vi må kjenne til strikkens lengde og fjærkonstant og Barbis vekt. I første omgang interesserer vi oss for dukkens tyngdepunkt og hvor langt ned dette beveger seg i dukkens fallbevegelse. Vi må sørge for å ta høyde for avstanden fra tyngdepunktet til hodet siden dukken stuper med hodet først.

Strikken må justeres ettersom den beregnede fallhøyden er større eller mindre enn stupebrettets høyde over bakken.

Den fysiske modellen

Vi plasserer Barbi på stupebrettet. Strikken er festet i et ankerpunkt i høyde med dukkens tyngdepunkt. Den andre enden av strikken er festet i dukkens føtter. Når så Barbie dyttes utfor kanten vil hun først falle et stykke i fritt fall, så vil strikken strekke seg og bremse opp fallbevegelsen til hun spretter opp igjen. Den maksimale fallhøyden, H, må beregnes for å kunne forutsi om hun vi berøre bakken og skade seg og om strikkens lengde må justeres.

Fra tegningen ser vi at fallhøyden er like lang som strikklengden pluss strekklengden, dvs. $H = h + l$ eller $h = H - l$. Det er en lineær sammenheng mellom fallhøyden H og strekklengden h.

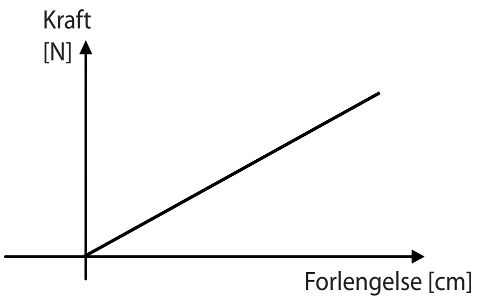
Ser vi på eksperimentet med fysikerens briller er det nærliggende å benytte oss av *energibetraktninger*. I fallet vil potensiell energi bli omgjort til lagret energi i strikken. En spent strikk representerer en viss energi som senere kan frigjøres eller omformes.

Den potensielle energien er muligens den enkleste i dette oppsettet. Når tyngdepunktet for dukken har falt en viss høyde H, kan vi beregne den tilhørende energien som settes fri til

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot H$$

der m er dukkens masse og g = 9,81 m/s^2 er tyngdeakselerasjonen. Hele denne energien regner vi med blir omformet til energi lagret i strikken. Da ser vi bort fra friksjon og luftmotstand. La oss se hvordan vi kan beregne energien i strikken? Vi velger å se på strikken som en slags fjær som er velkjent blant fysikerens hjelpemidler. For fjærer gjelder ofte en lineær sammenheng mellom kraften, F, som er nødvendig for å strekke fjæren og den tilhørende forlengelsen, h.

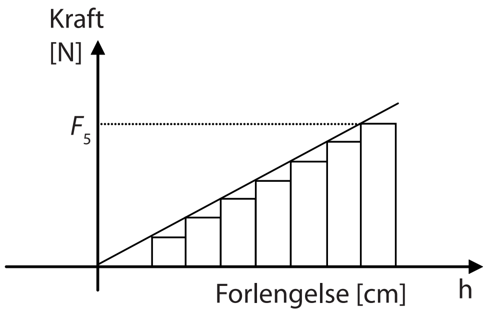
Vi får følgende sammenheng: $F = k \cdot h$, der k er fjærkonstanten med benevning N/m.



Strikkenergi

Det trenges energi for å utøve en kraft over en viss avstand. I vårt tilfelle må kraften "overvinne" strikkens motstand. Energien er da produktet av kraften og lengden på strekningen som kraften virket. Strikkens motstandskraft er ikke konstant men øker når vi drar i den. Derfor er det ikke helt opplagt hvordan vi skal beregne energien i en utstrakt strikk. Illustrasjonen nedenfor kan hjelpe oss. Vi regner med at kraften i et lite intervall (over en liten strekning) er konstant. Da blir det enkelte energibidrag lett å beregne som produkt av den lille lengden og den aktuelle kraften. Produktet synliggjøres i tegningen som arealet av det enkelte rektangelet under linjen. Vi ser at den totale energien som trengs for å strekke strikken en viss lengde h svarer til arealet av en trekant under kurven.

Dette kan imidlertid beregnes raskt:



$$E_{strikk} = \frac{F_s \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot h^2, \text{ hvor } F_s = k \cdot h.$$

Siden all potensiell energi blir omformet til strikkenergi kan vi sette opp:

$$E_{pot} = E_{strikk}$$

$$m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot k \cdot h^2$$

eller

$$mgH = \frac{1}{2} k \left(H - l\right)^2$$

som gir oss en kvadratisk likning for fallhøyden H, nemlig

$$H^2 - 2H(mg/k + l) + l^2 = 0$$

som fører til

$$H_{1,2} = mg/k + l \pm \sqrt{m^2 g^2 / k^2 + 2lmg/k}$$

Valg av fortegn i løsningen

Uttrykket under roten er ekte større enn $m^2 g^2/k^2$ og selve rotuttrykket er dermed større enn mg/k. Skulle vi velge det negative tegnet i løsningen av den kvadratiske likningen ville det bety at løsningen ble mindre enn l, altså strikkens lengde når den henger slakt ned. Dette er selvsagt urimelig ut fra fysiske betraktninger.

Vekt g	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g	300 g
Kraft F	0,49 N	0,98 N	1,47 N	1,96 N	2,45 N	2,94 N
Forlengelse h	1,2 cm	2,5 cm	3,7 cm	4,7 cm	5,9 cm	7,3 cm
Fjærkonstant F/h	40,9 N/m	39,2 N/m	39,7 N/m	41,7 N/m	41,5 N/m	40,3 N/m

Det betyr at vi velger løsningen hvor rotuttrykket gir et positivt bidrag.

$$H = mg/k + l + \sqrt{m^2 g^2 / k^2 + 2lmg/k}$$

Måling av fjærkonstant

Fjærkonstanten for en fjær beskriver hvor hard eller myk en fjær er. Den forteller oss noe om sammenhengen mellom kraften vi trenger for å strekke ut fjæren og hvor langt vi klarer å strekke den ut med en gitt kraft. Den er definert ved: $F = k \cdot h$, hvor en strekkraft F gir en forlengelse h i strikken. Her er k fjærkonstanten til strikken. Den er en proporsjonalitetskonstant som uttrykker kraften som funksjon av forlengelsen. Vi kan beregne fjærkonstanten ved å måle forlengelsen som funksjon av strekkraften. Kraften kontrollerer vi ved å henge lodd på fjæren. Vi starter med *ett* lodd og øker så til to, tre fire osv. Måler vi forlengelsene for flere strekkrefter kan vi beregne konstanten flere ganger for deretter å midle målingene. Slik får vi et resultat vi kan stole på (se tabellen).

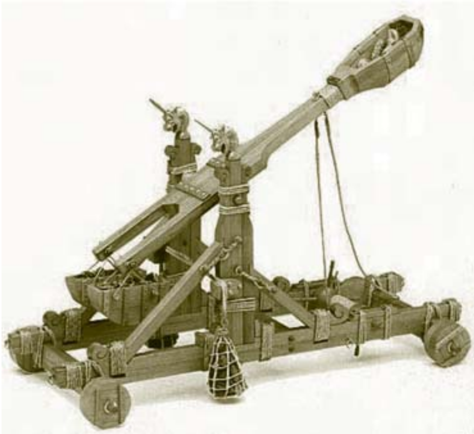
Vi ser at fjærkonstanten ligger rundt omkring 40 N/m.

Referanser

[1] Niss, M. & Højgaard Jensen T. (2002) *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til utvikling af matematikundervisning i Danmark.* Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18 – 2002. Undervisningsministeriet, (http://pub.uvm.dk/2002/kom/).

Nils Kristian Rossing, tilrettelagt av Christoph Kirfel

Katapulter



Vi ser på en katapulttype som utnytter tyngdekraften (figur 1). Et stort lodd er festet på den ene siden av armen, mens en liten kule ligger i kasteskjeen på den andre siden av armen. Armlengdene er gjerne ganske forskjellige. Det store loddet heises opp. Når det er kommet i ønsket høyde, slippes armen. Mens loddet "faller ned" drar det armen rundt slik at kastekulen får god fart. Etter en kvart omdreining (eller noe mer), stoppes armens bevegelse ved at det store loddet slår mot en stoppekile. Kastekulen som ligger løst i kasteskjeen flyr dermed av sted. Bevegelsesenergien til det store loddet blir til varme under oppbremsingen.

Vi ønsker beregne utgangshastigheten for kulen idet den forlater kastearmen. Først måler vi fallhøyden for det store loddet og kaller den for H. Massen til loddet kaller vi for M. Fallet tilfører systemet energi. Denne kan vi beregne som

$$E_1 = MgH.$$

Her er g gravitasjonskonstanten (tyngdeakselerasjonen), $g = 9{,}81\ m/s^2$.

Samtidig løftes den lille kulen opp, en prosess som krever energi. Løftehøyden h er gjerne forskjellig fra fallhøyden H. Massen til den lille kulen kaller vi m.

$$E_2 = mgh.$$

Idet vi slipper armen, omdannes restenergien $E_1 - E_2$ til bevegelsesenergi. Både loddet og kulen kommer i sving. Den samlete bevegelsesenergien er da:

$$E_1 - E_2 = MgH - mgh = \frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2.$$

Denne formelen bygger på energiens bevarelse. Her er v_m og v_M hastighetene til henholdsvis massene m og M. Nå kan man se at hastighetene som de to massene har i et gitt øyeblikk står i samme forhold som armlengdene ved kastearmen. Når loddets kastearm kalles for A og kulens armlengde for a, ser vi at:

$$v_M = \frac{A}{a}v_m.$$

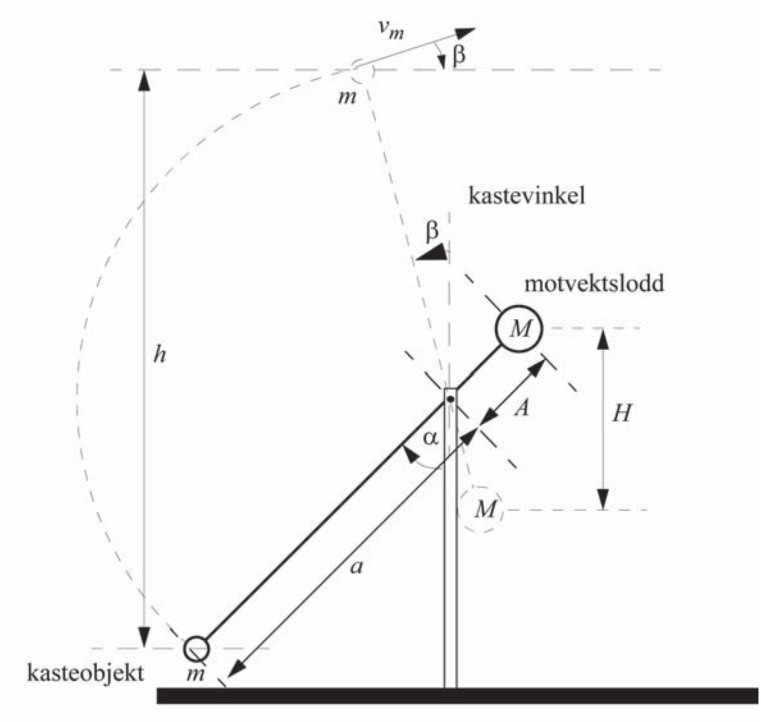
Da kan vi forenkle likningen vår:

$$MgH - mgh = \frac{1}{2}\left(m + M\frac{A^2}{a^2}\right)v_m^2.$$

Dermed får vi et uttrykk for hastigheten v_m som kulen forlater katapultet med. Løser vi ligningen med hensyn på kastehastigheten v_m kan vi skrive:

Nils Kristian Rossing, Skolelaboratoriet, NTNU
n-kri-ro@online.no

Christoph Kirfel, UiB
Christoph.Kirfel@mi.uib.no



Figur 1

med målt mot horisontalen. Prosjektilets høyde over bakken idet det forlater katapulten kaller vi for h_k, mens kastelengden får navnet l_k. Hastigheten har en vertikalkomponent v_{my} og en horisontalkomponent v_{mx}. Da gjelder

$$v_{my} = v_m \sin \beta \quad \text{og}$$

$$v_{mx} = v_m \cos \beta.$$

Kulens bevegelse kan nå beskrives som sammensatt av to bevegelser, en vertikal bevegelse (oppstigning og fall) og en ren horisontal bevegelse. Vi kan betrakte disse to bevegelsene som uavhengige. Vertikalbevegelsen kan beskrives slik:

$$h_k = 1/2gt^2 - tv_m \sin \beta.$$

$$v_m^2 = \frac{2g(MH - mh)}{m + M\dfrac{A^2}{a^2}}\text{, dvs. } v_m = \sqrt{\frac{2g(MH - mh)}{m + M\dfrac{A^2}{a^2}}}$$

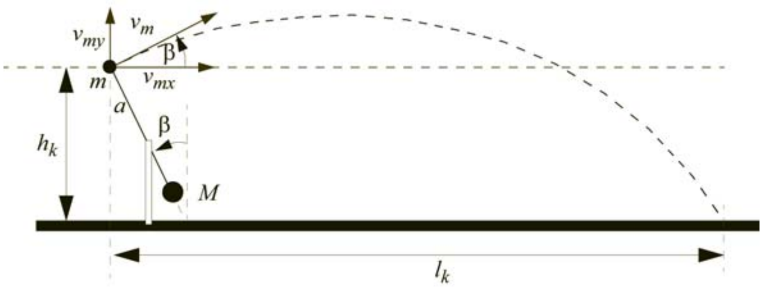
Nå står beregningen av nedslagspunktet eller kastelengden for tur. Figuren viser kulens bane. Vi ser at flere størrelser må måles før vi kan starte beregningene.

Ved å måle kastearmens vinkel i sluttposisjon mot en loddlinje finner vi også kastevinkelen, dvs. den vinkelen β som kulen forlater armen

Idet kula forlater kasteskjeen har den en vertikal hastighet oppover som er lik $v_m \sin \beta$. Etter en tid t har den beveget seg $tv_m \sin \beta$ *oppover*. Samtidig vil kula ha en vertikal akselerasjon *nedover* på grunn av tyngdekrafta. Denne fallhøyden kan beskrives som $1/2gt^2$. Når denne kombinerte stige- og fallbevegelsen har overvunnet utgangshøyden h_k, så er "tiden ute" og kula har truffet bakken. Denne tiden t er viktig i våre beregninger. Ved hjelp av denne skal vi nemlig finne ut hvor langt kulen har kommet i horisontalretning når den treffer bakken. Vi beregner først "flytiden" ved å løse den kvadratiske likningen

$$1/2gt^2 - tv_m \sin \beta - h_k = 0,$$

noe som gir oss



Figur 2

$$t_{1,2} = \frac{v_m \sin\beta \pm \sqrt{v_m^2 \sin^2\beta + 2gh_k}}{g}$$

Under rottegnet ser vi uttrykket $v_m^2 \sin^2\beta + 2gh_k$ som selvsagt alltid er større enn $v_m^2 \sin^2\beta$. Dermed blir roten selv større enn vmsinb, og vi ser at vi må velge plusstegnet i løsningen. Hvis ikke får vi et negativ svar som ville ha betydd at vi måtte ha gått tilbake i tid for å finne nedslagsøyeblikket, noe som ikke er mulig.

Med den beregnete flytiden

$$t = \frac{v_m \sin\beta + \sqrt{v_m^2 \sin^2\beta + 2gh_k}}{g}$$

kan vi finne kastelengden ved hjelp av følgende uttrykk:

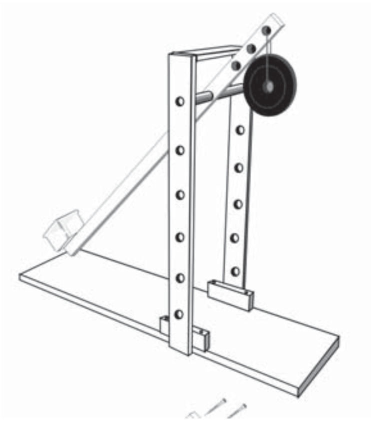
$$l_k = t \cdot v_{mx} = \frac{v_m \sin\beta \pm \sqrt{v_m^2 \sin^2\beta + 2gh_k}}{g} \cdot v_m \cos\beta$$

Kombinerer vi alle uttrykkene får vi den noe voldsomme formelen nedenfor.

Modellen vi bruker forutsetter at selve kastearmen i katapulten har neglisjerbar masse. Denne armen kommer jo også i bevegelse og den tilhørende energien må komme fra loddets fall. For at våre beregninger skal være noenlunde realistiske må vi altså anta at armen er laget av et meget lett materiale, for eksempel aluminium. Når armens vekt kommer i nærheten av kulas vekt må vi straks endre modellen. Da må vi ta hensyn til endringen i den potensielle energien til armen og armens bevegelsesenergi før oppbremsingen.

En kan også regne ut armens bidrag ved å beregne forventet kastelengde. Så brukes den målte lengden til å finne en korreksjonsfaktor for armens masse. En ekstra utfordring er det å regne denne faktoren om til armens masse for deretter å finne ut hvor den skal settes inn i ligningene.

Et annet problem med modellen vår er at loddet ikke bare gjennomfører en fallbevegelse men også en rotasjonsbevegelse. Strengt tatt må vi også ta hensyn til denne rotasjonsenergien i vårt energiregnskap. En kan også tenke seg en annen utgave av katapulten, der loddet er festet i en tråd som igjen er festet på armen. Da vil loddet utføre en ren fallbevegelse. Til gjengjeld vil det bli noe vanskeligere å beregne forholdet mellom hastighetene.



Oppgaver:

1) Finn en sammenheng mellom kastelengde og slipphøyde *H*. Gjør målinger og bestem hvor god overensstemmelse det er mellom beregnede og målte verdier. Korriger eventuelt beregningsmodellen.
2) Bruk denne beregningsmodellen (med eventuelle korreksjoner) til å bestemme slipphøyden når kula skal treffe en kopp i en oppgitt avstand.

$$l_k = \left(\frac{\sin\beta}{g} \sqrt{\frac{2g(MH - mh)}{m + M\frac{A^2}{a^2}}} + \frac{1}{g} \sqrt{\frac{2g(MH - mh)}{m + M\frac{A^2}{a^2}} \sin^2\beta + 2gh_k} \right) \sqrt{\frac{2g(MH - mh)}{m + M\frac{A^2}{a^2}}} \cos\beta$$

Elisabeth Kahrs og Eli Solheim

Abacustus – et forsøk på konkretisering av likninger

Vi er to studenter i 40- årene ved NLA lærerhøgskole i Bergen. Når det gjelder likninger innebar vår tidligere skolegang automatiserte algoritmer, der ”vi flyttet over og skiftet fortegn”. Forståelsen var ikke det viktigste, drivkraften var om svaret ble riktig. Når vi ikke forstod hva vi gjorde og spurte hvorfor, fikk vi som svar: ”det er bare slik”. I dag er det blitt et sterkere fokus på prosessen som fører til svaret, og i tillegg har det blitt enda større fokus på læringsstiler og at barn lærer på ulike måter. De visuelle og taktile elevene kan for eksempel få god hjelp i å bruke konkreter. På høyskolen ble det benyttet ulike konkreter i undervisningen som konvolutter med kronestykker, fyrstikker og fyrstikkesker og det ble tegnet skålevekt på tavlen. Noen av oss mer voksne studenter som ikke har så mye erfaring med konkreter, fikk til tider problemer med å forstå den forenklingen konkretene var ment å gi. Hvordan skulle vi da klare å bruke konkreter i undervisningen slik at elevene oppnådde læring og forståelse? Det store spørsmålet ble; Hvordan kan vi gjøre algebra mer forståelig for elevene?

Elisabeth Kahrs, student ved NLA Lærerhøgskolen
elisabethkahrs@hotmail.com

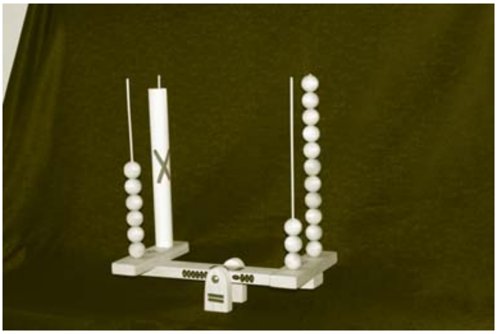
Eli Solheim, student ved NLA Lærerhøgskolen
eli@meieriet.as

Abacustus

Inspirert av problemstillingen vår utviklet vi et konkretiseringsmiddel som er en videreutvikling av vektstangprinsippet, og vi har kalt den for *Abacustus*. Navnet er inspirert av kulerammen *Abacus*, kombinert med at vi ønsker at elevene skal få ”kustus” på algebra.

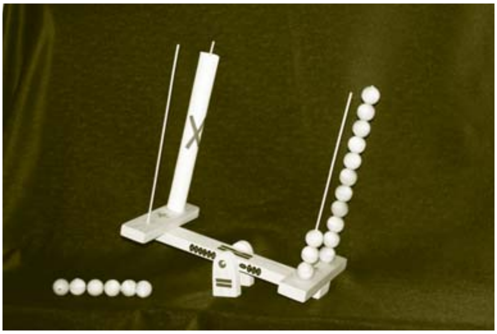
Som vi ser på figur 1 har *Abacustus* to sider som gir likevekt over et vippepunkt (=). En kan variere antall pinner, og pga likevekten må man ha likt antall pinner på begge sider. På hver side kan man justere regnestykkene ved å variere antall kuler. Vektstangprinsippet blir ved hjelp av *Abacustus* visualisert, slik at elevene ser at likningen stemmer. Summen på den ene siden samsvarer med summen på motsatt side.

Eksempelet viser regnestykket: $x+6 = 11+3$



Figur 1

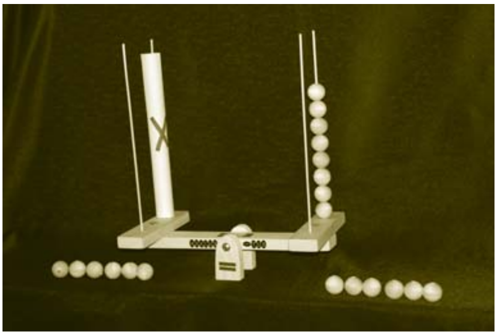
Figur 2 viser at ved å fjerne kulene på venstre side slik at x står alene tilbake, vipper siden med x opp. Hva må gjøres for å få balanse?



Figur 2

Denne figuren viser at når vi fjerner like mange kuler på motsatt side blir balansen gjenopprettet.

I eksempelet er det fjernet 6 kuler på venstre side og vi må derfor fjerne like mange kuler på høyre side for at likningen skal bli riktig. Nå er balansen gjenopprettet. x på venstre side er i likevekt med antall kuler på høyre side.

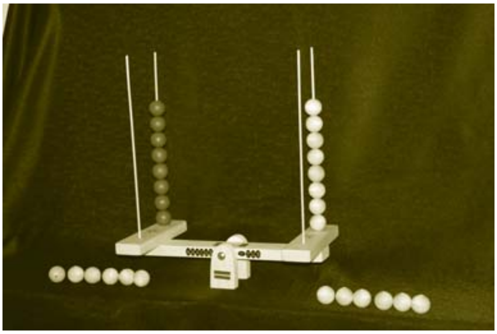


Figur 3

Figur 4 viser at $x = 8$. Likningen er løst, og elevene kan trekke av x-hylsen for å kontrollere at det ukjente tallet er det samme som på høyre siden. Elevene får et synlig bevis på at likningen stemmer.

Utprøving av *Abacustus*

Vi var nysgjerrige på om *Abacustus* ville fungere i praksis, og fikk muligheten til å undersøke dette. Først prøvde vi den på 7. trinn, og etterpå valgte vi 5. trinn for å undersøke om konkretiseringen ville være forståelig for yngre elever.



Figur 4

7. klasse ved Ulsetskogen skole

Vi startet undervisningen med å vise ”den ukjente” på andre måter før vi innførte symbolet x, fordi vi ville vise elevene at dette var oppgaver de hadde gjort før. Vi gav elevene blant annet dette regnestykket:

$$4+2 = \square + 5$$

Vi ønsket at alle elevene skulle få muligheten til å svare, så derfor skulle de rekke opp det antall fingre de mente var rett svar. Dette ble gjort for at vi lettere skulle kunne vurdere hvordan de så på likhetstegnet, noe som var viktig i forbindelse med videre undervisning. Svarene vi fikk var 1 og 6, og vi spurte noen av de som svarte 6 om hvordan de tenkte. De regnet ut i fra tidligere lærte algoritmer, og forventet at regnestykket skulle fortsette med = etter 5-tallet. De var vant med å se på likhetstegnet som en kommando, og ikke som balanse.

Slik ble regnestykket forklart av en elev:

$$4+2 = 6 + 5 = 11$$

Videre i undervisningen understrekte vi at likhetstegnet betyr ”det samme som” og balanse. Etter at vi hadde presisert dette innførte vi *Abacustus*. Her fikk de en tydelig visualisering av likhetstegnet som balanse. Vi informerte at de kan legge til eller fjerne kuler, men Abacustus må alltid være i balanse, ellers blir regnestykket feil. Da elevene fikk spørsmål om hvorfor Abacustus var i balanse svarte flere at den måtte være like tung på begge sider, ergo måtte det være samme antall kuler på hver side.

Elevene fikk spørsmål om hvordan vi kunne finne det ukjente tallet som vi nå kalte for x.

$$4+2 = x + 5$$

De fleste svarte at vi måtte fjerne 5 kuler på den siden som x var, for at x skulle stå alene igjen.

Abacustus fikk "slagside", og hadde de nå funnet det ukjente tallet? Nei …

Elevene så at det måtte fjernes like mange kuler på den andre siden for å oppnå balanse igjen, for slik Abacustus fremstod nå var ligningen feil. Som sagt, så gjort. Vi fjernet 5 kuler fra den andre siden, og Abacustus balanserte. Det stod 1 kule igjen på venstre side, og når vi fjernet papiret over det ukjente tallet så vi svaret: $x = 1$.

5. klasse ved Hordabø skule

Fremgangsmåten i denne klassen var noenlunde den samme som i 7. klasse, med unntak av at elevene selv fikk prøve å arbeide med Abacustus. Dette gjorde vi fordi vi var nysgjerrige på hva elevene ville få til dersom de fikk eksperimentere med Abacustus.

Elevene synes det var spennende å velge regnestykker som de skulle teste på resten av klassen.

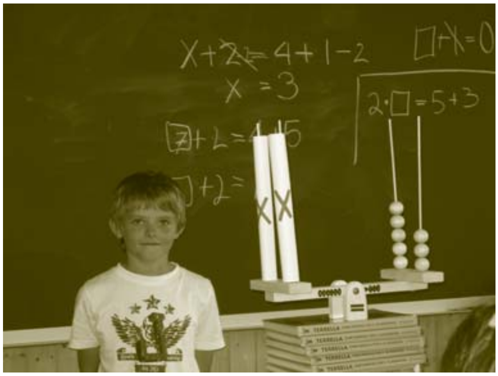
Figur 5 viser en elev som prøver sin oppgave foran klassen. Vil klassen klare å finne det ukjente tallet? Vi var hele tiden bevisst på å kalle x for ukjent tall, for at elevene skulle bli kjent med denne terminologien. Elevene lagde noen oppgaver som vi ikke trodde klassen ville klare å løse, som f. eks. når $x = 0$. Men de fleste elevene klarte faktisk å løse alle oppgavene.

Som vi ser av figur 6 endte elevene selv opp med å innføre multiplikasjon i ligningene sine. En av elevene hadde oppdaget at vi hadde to

Figur 5

papirruller med x, og ville lage en ordentlig vanskelig oppgave til klassen.

Oppgaven ble $2 \cdot x = 5 + 3$.



Figur 6

Vi trodde dette ville bli for vanskelig, men igjen ble vi gledelig overrasket av flere elever. Da vi spurte hvordan de tenkte svarte en elev:

"Jeg tenker at 5 + 3 er 8, og da bare *deler jeg på 2* for det står jo ganger 2 på andre siden. Da blir svaret $x = 4$. Figur 7 viser noen av elevene som tester Abacustusen.

I etterkant av undervisningen i begge klassene hadde vi en refleksjonsdel der vi ønsket tilbakemeldinger fra noen av elevene om hvordan de syntes det var å jobbe med denne.

Her er noen av uttalelsene fra elevene:

– "Mye lettere å forstå når vi fikk se den vippe tingen, for da så vi om det var balanse.

Figur 7

- ”Når det bare var på tavlen var det vanskeligere å forstå”
- ”Dette var jo så enkelt, tror de vi er dum eller?”
- ”Tror ikke jeg hadde forstått det uten den dingsen”
- ”Abacustus kan gi elevene nøkkelen til forståelse innenfor dette emnet”. (Lærer)

Vi ser også andre mulige bruksområder for Abacustus:

- Tier-venner og andre tallvenner:
  10 kuler på ene siden, og tiervenner på den andre. Balansen viser om svaret er rett.
- Kontroll på om lette regnestykker er regnet rett:
  Regnestykket på ene siden og svaret på den andre. Balansen viser om svaret er rett.
- Vektstangprinsippet i naturfag:
  vri Abacustus sine ”armer” i samme lengderetning (kraft × arm)
- Armene som står på tvers kan taes av og brukes til konkretisering av tier-overganger: 1–10–100–1000

Takk til

Svenning Bjørke, lærer ved NLA. Elevene i 5. klasse (06/07) ved Hordabø skule på Radøy og deres lærer Johannes Mangersnes. Elevene i 7. klasse (06/07) ved Ulsetskogen skole i Åsane og deres lærer Linda Haukeland.

(fortsatt fra side 7)

Elevenes utbytte

Elevene forstod og fikk mye mer ut av grafene enn det jeg forutså. Deres kommentarer til grafene ble styrende for hva de lærte og hva jeg la vekt på. På denne måten fikk vi et samspill som jeg tror var lærerikt for både elevene og meg selv.

I ettertid ser jeg at forståelsen av ganging ble veldig god i klassen. De er blitt flinke til å bruke sine strategier for å finne svaret når de er usikre. Også da vi skulle ha om koordinatsystemet så jeg de hadde gjort erfaringer som gjorde emnet svært lett. De trakk selv forbindelsen med det de hadde gjort i prosjektet. Vi har gjort erfaringer sammen som gjør at når vi trenger det kan vi spørre ”Husker du det med sauene?” eller ”Er det slik som med innsamlingen?”. Vi har fått knagger å henge nye problem på.

Etterord

Artikkelen er et gjentrykk fra Tangenten nr. 1/1997 med noen endringer. Reaksjoner jeg har fått fra ulikt hold på første artikkel har blant annet vært om hvor realistisk modellen med sauevekst er. Vi opererte med par sauer, han og hun, og alle levde i 10 år. Selvsagt er det ikke virkeligheten, noe elevene var klar over. Mikal hadde bare to værer i fjøset, han trengte ikke flere. Sauer kan leve i ti år om de får muligheten, men som regel vil noen dø av sykdom i virkeligheten. Vi laget en matematisk modell som gav et svært omtrentlig bilde av hvordan veksten kunne ha vært om alle lammene fikk leve. Slik har modellen flere svakheter, med rom for forbedringer. Kanskje det kunne være en utfordring for eldre elever – å utvikle en mer realistisk modell?

Toril Eskeland Rangnes

Konkretisering av parabelfunksjonen

Kan vi finne konkrete tilknytingar til

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

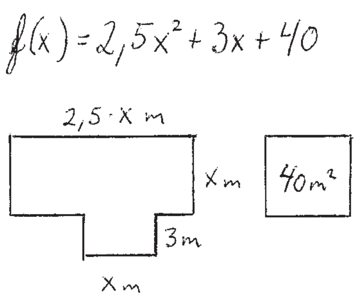
eller vert det for kunstig? Spørsmålet dukka opp ein haust då eg var student på eit funksjonslærekurs ved HiB. Sjølv hadde eg gått på den gamle reallinja på gymnaset og hadde den gongen mykje med parablane å gjere. Eg hadde likevel aldri møtt på ei praktisk konkretisering av funksjonen som eg kunne hugse. Ikkje tenkte eg på det den gongen heller. Det viktigaste var jo å gjera oppgåvene rett, ikkje å forstå innhaldet, tenkte eg – heilt til eg sette meg på skulebenken att og vart provosert av læreboka som spurte om ein kunne kome med tilknyting til funksjonen, t.d. bruke areal, og om det var tenleg å leite etter slike tilknytingar. Parabelen $f(x) = x^2$ var grei. Den kunne ein konkretisere ved å teikne opp kvadrat der sidene auka. Men $f(x) = ax^2 + bx + c$ var det verre med. Eg spurte etter illustrasjon eller praktisk konkretisering av funksjonen på skulen, utan å få svar eg var nøgd med. Etter intens tenking kom eg fram til to praktiske døme.

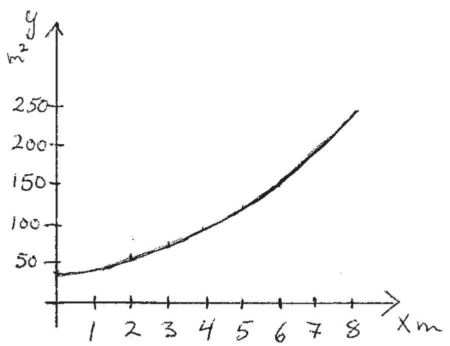
Toril Eskeland Rangnes, NLA Lærerhøgskolen
toril.rangnes@lh.nla.no

Artikkelen er hentet fra ”Matematiske sammenhenger. Algebra og funksjonslære”, Caspar Forlag AS 1999

Husbygging

Først vart eg husbyggjar. Eg tenkte meg at eg i ein katalog fann eit hus som eg likte proporsjonane på. Eg var likevel usikker på kor stort eg ville ha huset. Kortveggen kalla eg difor x og langveggen vart då $2{,}5x$. I tillegg ville eg ha ein vinterhage. Denne ville eg ha x meter lang og tre meter brei. Til slutt ville eg byggje ein garasje på 40 m². Sjå teikninga under.



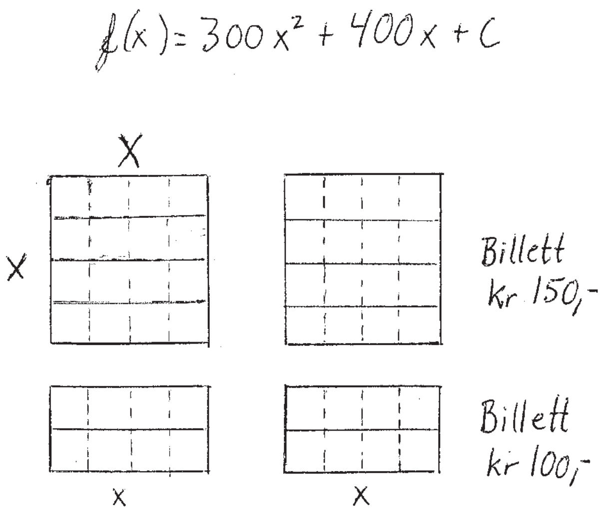


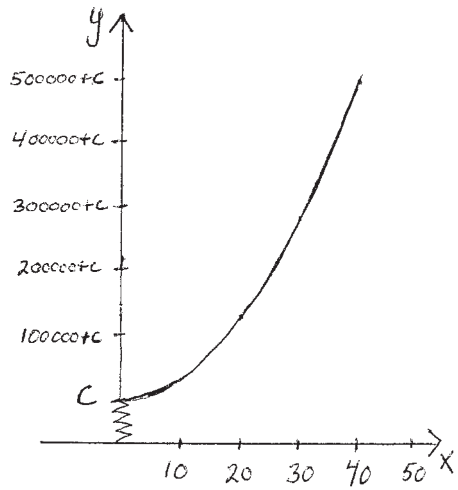
Det eg finn når eg teiknar grafen av $f(x) = 2{,}5x^2 + 3x + 40$ er kor stort det påbygde arealet vert ettersom x endrar seg. Dette gav meining når x var positiv.

Teater

I neste døme forvandla eg meg til ein planleggjar av eit nytt teater. Eg har avgjort at det skal vere to kvadratiske felt med sitjeplassar, der det er x seter og x stolrader. Heilt bak skal det vere fire benkerader med x seter i kvar rad. Dei to fremste kvadrata skal ha billettpris på kr. 150,– og dei 4 bakarste benkene skal ha billettpris på kr. 100,–. Teateret vil dessutan få statsstøtte. Då eg ikkje har oversikt over kva dette utgjer for kvar framsyning, kallar eg denne for c. Eg vil da kunne skrive $f(x) = ax^2 + bx + c$, der $a = 2 \cdot 150$ og $b = 4 \cdot 100$ og c = statsstøtte per framsyning. Vi kan da sjå korleis brutto inntekt per framsyning vil utvikle seg ut i frå korleis x endrar seg. Her òg må x vere større enn 0 for å gje meining. Sjå teikninga under.

Dette er to oppkonstruerte situasjonar som er laga for at dei skal passe inn i $f(x) = ax^2 + bx + c$, men for meg vart det ein grei konkretisering av funksjonen. Eg er nøgd så langt – men kva med ei konkretisering av parabelen når x er mindre enn 0?





Glimt fra klasserommet: Frank Gitlestad

Let's Twist again

En pose Twist kan brukes til så mangt, men hvem hadde tenkt matematikk? En pose på 550 g med ca. 81 biter passer godt til en klasse med 30 elever (to-tre til hver når vi skal spise…). Målet var å lære litt mer om regneark og grafisk framstilling. Jeg jobber med en 8. klasse, men oppgaven kan lett tilpasses et lavere trinn ved å utelate det som faller vanskelig.

I starten hadde elevene mest lyst til å begynne å spise, men de skjønte fort at det ikke var meningen. Idemyldring ble utgangspunktet for matematikktimen. Elevene var flittige og ideer ble notert ned: Favoritten, sortering, tabell for grafisk framstilling, søppelvekt, sjokoladevekt, prosentregning og brøk.

Vi fant fram den digitale vekta og sjekket posens bruttovekt. Senere veide vi søpla (tara) og fant rein sjokolade vekt (nettovekt).

Posen ble åpnet og vi fant klassens favorittsort. I tabell 1 ser du hvordan elevene i klassen fordelte seg når de skulle velge seg sin favoritt.

Ut fra disse tallene så vi at det var mulig å lage søylediagrammer, samt regne ut hvor stor brøkdel den enkelte sort utgjorde. Toblerone oppnådde 4 stemmer, og det utgjorde brøken 4/20 – som noen fort oppdaget var det samme som 20/100. Derfra var det ikke langt til 20 %.

Frank Gitlestad, Lista ungdomsskole
frank.gitlestad@libus.no

Twistbit	Antall elever
Nugat Crisp	2
Nøtti	1
Daim	3
Lakris	2
Marsipan	0
Chocolate Toffee	3
Golden Toffee	0
Banan	0
Japp	2
Toblerone	4
Cocos	0
Caramel	3

Tabell 1

Så fikk alle sortene hver sin prosentandel, og vi sjekket at summen ble 100 %.

Det var ingen som tenkte at dette var matematikk, fordi dette var noe de fant på selv. Det ble da en oppgave for meg som lærer å bevisstgjøre elevene på at dette *er* matematikk, og matematikk er både gøy og noe som man har bruk for. Ivrige elever, samtaler på tvers, spørsmål om hva andre hadde gjort samt "Se hva jeg fikk!", svirret rundt i klasserommet.

Så ble innholdet i posen kontrollert og nøyaktig ført i skjema. For å systematisere fant elev-

Twistbit	Antall biter	%
Nugat Crisp	6	=B2/$B$14
Nøtti	3	=B3/$B$14
Daim	10	=B4/$B$14
Lakris	10	=B5/$B$14
Marsipan	3	=B6/$B$14
Chocolate Toffee	9	=B7/$B$14
Golden Toffee	3	=B8/$B$14
Banan	4	=B9/$B$14
Japp	7	=B10/$B$14
Toblerone	8	=B11/$B$14
Cocos	6	=B12/$B$14
Caramel	8	=B13/$B$14
Antall	=SUMMER(B2:B13)	=SUMMER(C2:C13)
Flest	=MAKS(B2:B13)	
Færrest	=MIN(B2:B13)	

Tabell 2

ene raskt ut at regneark var et godt hjelpemiddel. Vi satte i gang. To av elevene påtok seg oppgaven å lage et spørreskjema for å kartlegge hvilken sort som var klassenes og skolens favoritter. Skjemaene ble levert den enkelte kontaktlærer. Svarene kom raskt inn. Men før det måtte vi lage en standard for å legge inn alle ni klassene, samt skolen samlet.

Vi brukte Calc i OpenOffice. Funksjoner

for å summere, finne størst og minst ble brukt. Vi støtte på et problem da vi skulle regne ut prosentandel av hver sort. Her ble vi nødt til å utforske litt, og lærte oss da å bruke absolutte cellereferanser, $B$14, samt å formatere celler.

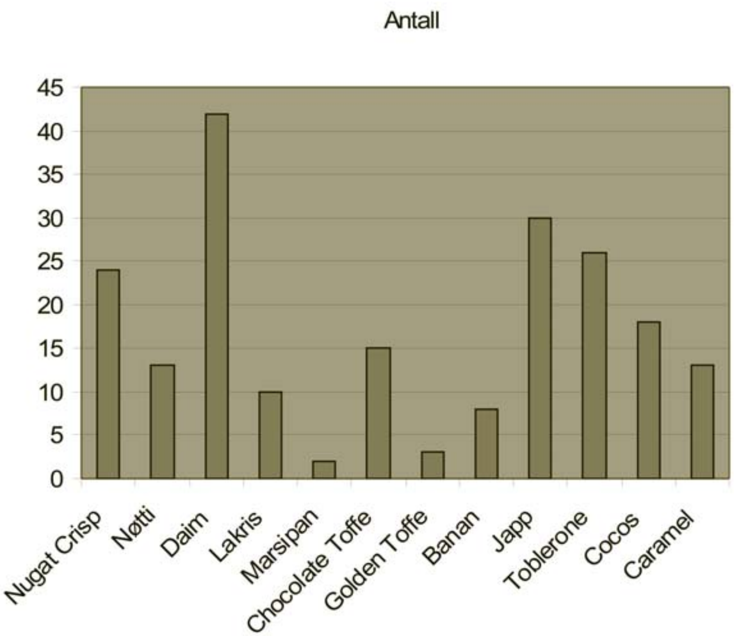
I tabell 2 ser du en oversikt over hvor mange det var av hver sort i posen vår.

Men hvordan finner regnearket hvilken sort som er mest populær?

Elevene har deltatt i lek og spill hvor det er lov å stille spørsmål som bare kan gi ja/nei svar. Vi har allerede funnet ut hvor mange stemmer den mest populære sorten hadde fått. Nå ville vi teste hvilken sort det var. Med vårt begrensede og sorterte datamateriale så øyet vårt det raskt – men datamaskinen ser ikke … Hva hadde vi gjort dersom vi hadde hatt et større og mer uoversiktlig datamateriale? Jo, vi stiller et spørsmål som bare kan besvares med ja eller nei. HVIS svaret er ja, så skal maskinen skrive en setning.

Twistbit	**Antall**	**%**	**Populær**
Nugat Crisp	24	11,76 %	
Nøtti	13	6,37 %	
Daim	42	20,59 %	Den mest populære biten
Lakris	10	4,90 %	
Marsipan	2	0,98 %	
Chocolate Toffee	15	7,35 %	
Golden Toffee	3	1,47 %	
Banan	8	3,92 %	
Japp	30	14,71 %	
Toblerone	26	12,75 %	
Cocos	18	8,82 %	
Caramel	13	6,37 %	
Antall	204	100,00 %	
Flest	42		

Tabell 3



Ut fra dette laget vi denne HVIS-setningen:

=HVIS(B2=$B$15;"Den mest populære sorten";" ")

Vi eksperimenterte og laget en annen setning som skulle finne den minst populære:

=HVIS(B2=$B$16;"Den minst populære sorten";" ")

Nå var det bare resultatet fra hele skolen som manglet. Ved hjelp av denne formelen…

='8A'!B2+'8B'!B2+'8C'!B2+'9A'!B2+'9B'!B2+'9C'!B2+'9D'!B2+'10A'!B2+'10B'!B2

… fant vi det vi ønsket. Her la vi sammen resultatet fra klassene 8 a, 8 b … på skolen.

Tabell 3 og søylediagrammet viser preferanser for Twistsorter for alle elevene på skolen.

Det som nå gjenstår er å spise opp alle bitene for så å veie søpla. Da finner vi nemlig taravekt og kan regne ut nettovekta, og videre finne søppelprosenten.

Bruttovekt	581,5 gram	Søppel i %
Tara	26,2 gram	4,51
Nettovekt	555,3 gram	

Tabell 4

Freia lovte 550 gram og det holdt. Men er 4,51 % søppel mye? Vi tenkte at det skulle bli en velsmakende *avslutning*, men nye spørsmål presset på. Hva er søppelprosenten på andre matvarer? Bruker noen produsenter mer emballasje enn andre? Eller brukes det ekstra mye/lite på noen bestemte matvaretyper? Her har jeg og elevene en jobb å gjøre …

Hilde Holte Selland

Skritteljarar

Eg er så heldig å få jobbe litt redusert slik at eg har fri kvar onsdag. Det var ein slik onsdag at eg henta posten og Tangenten låg der saman med lokalavisa. Og trur du ikkje at inne i Tangenten var det ein invitasjon til å motta gratis 20 skritteljarar. Då var eg kjapp med å sende ein e-post og blei ein av dei heldige vinnarane.

Eg er ivrig etter å jobbe med matematikkverkstad og såg difor eit høve til å få eit nytt materiale å jobbe med.

Men korleis skulle ein starte? Kva fag kunne ein knytte det oppimot?

Sjølvsagt matematikk, men kroppsøving og mat og helse er òg aktuelle fag der ein kan nytte skritteljarane. Eg jobbar i 5. klasse med 27 elevar slik at det var ikkje ein teljar til kvar. Difor delte eg klassen i ei jente – og ei gutegruppe. Problemstillingen blei om jentene er i meir aktivitet enn gutane. Gruppene fekk prøve teljarane kvar sin dag. Dei fekk teljaren om morgonen og skulle notere inn på eit skjema kor mange steg dei hadde gått ein skuledag. Fyrst måtte ein stille inn teljaren på lengden på steget og antall kilo. Me prata om kor mange steg dei trudde at dei gjekk ein dag. Dei gjetta frå 1000 til 10000. Forsøket synte at dei som til vanleg er i aktivitet hadde flest steg, både blant gutar og jenter. Dei elevane som til vanleg er " stillesittande " hadde minst antall skritt. Men det var ingen elev som hadde under 5000. Dei fleste hadde 10000 eller meir. Det var kun 6 elevar som hadde mindre enn 10000 steg på ein dag. Som etterarbeid kan elevane setje antall skritt inn på rekneark Då vil eg lage eit ark for gutane og eit for jentene.

Så var turen kome til matteverkstad. Ei gruppe skulle jobbe med skritteljaren. Eg hadde laga til eit oppgåvesett der elevane måtte bruke skritteljaren for å løyse oppgåvene.

Slik var aktiviteten:

1. Gå ein runde rundt skulen. Skriv opp i loggboka kor mange steg det er.
2. Gå ein runde til rundt skulen ein gong til. Skriv opp i loggboka.
3. Rekn ut gjennomsnittet. Kor mange steg får du?
4. Dersom eitt steg er 0,5 m, kor mange meter har du da gått?
5. Gå heilt inntil veggen rundt heile skulen. Kor mange meter er omkrinsen på skulen?
6. Gå frå hjørnet på skulen og til idrettshallen og tilbake. Kor mange steg blei det? Kor mange meter blei det?
7. Er det lengre å gå rundt skulen enn å gå bort til idrettshallen?
8. Gå rundt symjehall – bygget, heilt inntil veggen. Omtrent kor mange meter er omkrinsen?

Hilde Holte Selland, Gaupne skule
hise@skule.luster.no

9. Kva bygg har størst omkrins, skulen eller symjehall-bygget?

Slik svara ein elev i loggen sin:
1. Det var 260 skritt
2. Det var 280 skritt andre gongen.
3. Gjennomsnittet er 270 steg.
4. Eg har gått 135 m.
5. Det er 230 m i omkrins rundt skulen.
6. Eg gjekk 620 steg og 310 m.
7. Nei, det er det ikkje.
8. Det er 120 m i omkrins rundt symjehalls-bygget.
9. Det er skulen som har størst omkrins.

Etter at arbeidsoppgåvene var ferdige skreiv eleven:

”Me var på skritteljar. Der skulle me få ein skritteljar kvar og gå ulike distansar. Fyrst skulle me gå rundt skulen og finne ut i både skritt, meter og gjennomsnitt. Så til idrettshallen og tilbake og rundt badebygget. Så me lærte om å rekne til gjennomsnitt og steg til meter. Det var moro!”

Ein dag no i haust skulle klassen på fjelltur. Kunne me bruke skritteljarane på turen og kva oppgåver kunne me løyse?

17 elevar fekk kvar sin skritteljar. Dei nullstilte den før me starta å gå. På førehand skulle dei tippe kor mange steg dei skulle gå frå parkeringsplassen og opp til turisthytta. Tala dei tippa var frå 5000 til 25000. Det var ein strabisiøs tur me hadde, med mykje regn og mange våte elevar. Då me kom opp til hytta, synte det seg at det var berre 5 elevar som hadde skritteljarar som hadde talt. Antall skritt låg frå 6652 til 10460. Me rekna ut gjennomsnittet og det blei 8751 skritt. Så var det å finne ut kor mange meter det var.

”Då deler me berre talet på 2” var det ein som sa. Då fekk me 4375 meter. Så var det å gjere det om til kilometer. Ein ny problemstilling kom: Går det an å finne ut kor fort me har gått? Dei raskaste elevane brukte 2,5 time opp. Svaret blei at dei hadde brukt ca. 1 time på 2 kilometer med jamn stigning. Enda ein problemstilling dukka opp: Kva med forbrenning av kalorier? Men så langt har me ikkje kome. Tanken er å halde fram med å bruke skritteljarane og prøve å knytte dei oppimot faget mat og helse.

Under arbeidet med skritteljarane har det kome opp problemstillingar som:
– Gjennomsnitt
– Kor mange centimeter?
– Kor mange meter?
– Kor mange kilometer?
– Kor fort går me?
– Samanlikne
– Gjette
– Gjere overslag.
– Krav til å vere nøyaktig.
– Forbrenning av kalorier
– Finne omkrinsen
– Store tal, titalsystemet
– Aktivitetsnivået til elevane, er det ulikt mellom gutar og jenter?

Det har vore kjempekjekt å få lov til å jobbe med skritteljarane. No er det andre klassar på skulen som er interesserte i å låne dei. Til og med dei vaksne har spurt om å låne dei for å sjå kor mange skritt ein går ein arbeidsdag. Eg prøvde skritteljaren samstundes som elevane gjekk med dei. Det synte seg at det var vanskelegare for meg å nå 10000 skritt.• Gjennomsnittet var 7500 på ein skuledag.

Olav K.Fjæra

Aritmetikk og algebra – del 2

Del 1 av denne artikkelen vart presentert i førre nummer av TANGENTEN.

Retorisk-, forkorta- og symbolsk-algebra i Vest-Europa

Den første algebraboka i Vest-Europa var, som nemnt i del 1,: *Liber Abaci*, skriven i 1202 av Fibonacci (1170–1250 e.Kr.) Tidspunktet er kanskje ikkje tilfeldig. Al-Khowârizmîs "Aljabr" blei omsett til latin nokre tiår tidlegare av Gherardo frå Cremona (1114–1187). *Liber Abaci* er sett saman med mellom anna "Aljabr" som utgangspunkt. *Liber Abaci* gjorde mykje til at det hindu-arabiske titalssystemet vart kjent og innført i Europa. Det vart gjort greie for korleis ein skulle rekne med naturlege tal og ein del brøkar. Det vart også gjort greie for korleis dei kunne rekne ut kvadratrøter og kubikkrøter. Lesarane lærde også om korleis dei kunne løyse lineære og andregradslikningar ved *regula-falsi* og ved algebraiske prosessar.

Døme på bruk av regula-falsi ved likningsløysing:

Alt for mange tusen år sidan var Regula-falsi kjent og blei brukt i det gamle Egypt. Nedanfor skal me ta med eit døme frå Ahmes-papyrusen (tidlegare kalla*: Rhind-papyrusen*), denne kan daterast til kring 1500-2000 f. Kr. Me skal presentere problem-26 i denne papyrusen:

> *Ein storleik og dens fjerdedel addert blir 15. Kva er storleiken?*

Ved hjelp av moderne algebra, er løysinga rett fram. Me finn den ukjende x av likninga:

$$x + \tfrac{1}{4}x = 15$$

som gjev $x = 12$.

Mens skrivaren Ahmes resonnerte for kring 4000 år sidan såleis:

> *Dersom svaret var* 4, *(den **falske** løysinga blei vald slik at uttrykket blei enklast råd er), då ville* 1 + ¼ *av* 4 *bli* 5. *Talet som* 5 *må multipliserast med for å bli* 15, *er* 3. *Dersom nå* 3 *blir multiplisert med den **falske** løysinga, blir det korrekte svaret* $4 \cdot 3 = 12$.

Skrivaren Ahmes nytta den eldste og truleg den mest populære måten å løyse lineære likningar på – før symbolsk algebra vart innført. Det er denne metoden som blir kalla: **regula-falsi.** Denne metoden vart framleis brukt i Europa ved slutten av 1800-talet.

Me skjønar at når ein berre hadde retorisk algebra til rådvelde, var regula-falsi ein høveleg metode. Og me ser at den overlevde ei tid etter

Olav K.Fjæra, Bergen

at symbolsk algebra blei innført.

Negative og imaginære røter som løysingar er ikkje omtala i *Liber Abaci*. Det vart heller ikkje innført noko form for forkorta eller symbolsk algebra. Her er all algebra retorisk slik som i al-Khowârizmîs ”Aljabr” og arbeida til Abû Kâmil, som Fibonacci også tok utgangspunkt i (sjå del 1 i førre nummer).

Første bruk av korta algebra i Vest-Europa

(**S**jå [1], s. 214–215). Me må vente til 1494 før me møter det første steg mot symbolsk algebra, *forkorting av algebraen*, i Europa. Då skreiv Luca Pacioli (c.1445–1517), frå Italia, ei bok: ”Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita”. Denne boka blei kalla: ”Summa”. Her vert det nytta *forkorta algebra* i stor stil. At denne boka kom på dette tidspunktet, er nok ikkje tilfeldig. 31 år tidlegare, i 1463, vart Diofantos sitt bokverk: ”Arithmetica” omsett til latin for første gong, av Regiomontanus (1436–1476) (Sjå del 1 i førre nr.) Og det er nok ikkje tilfeldig at Luca Pacioli nyttar nemninga ”arithmetica” og ikkje ”algebra” i tittelen for boka si. Det er nok Diofantos sitt bokverk: ”Arithmetica” som har vore utgangspunkt.

Døme på symbol i ”Summa”

p: vart nytta som symbol for pluss → ”piu” → meir,
m: vart nytta som symbol for minus → ”meno” → mindre,
co: vart nytta som symbol for ukjend → ”cosa” → ting,
ce: vart nytta som symbol for 2.potens → ”censo” → andre,
cu: vart nytta som symbol for 3.potens → ”cuba” → cube,
cece: vart nytta som symbol for 4.potens → ”censocenso”,
ae: vart nytta som symbol for *er lik* → ”aequalium”, ”aeque” → like mykje
r: vart nytta som symbol for kvadratrot → ”radix” → rot,

For å markere forkortingar, vart det ofte sett strek over dei bokstavane som blei nytta, til dømes: $\overline{\text{ce}}$ for ”censo” og $\overline{\text{m}}$ for ”meno”.

Me ser at ”Summa” innfører algebraiske notasjonar nokolunde på same måte som Diofantos gjorde i ”Arithmetica” meir enn 1000 år tidlegare. Dette berre understrekar det me har skrive ovanfor at Luca Pacioli truleg har nytta den latinske omsetjinga av ”Arithmetica”, som kom 31 år tidlegare som utgangspunkt for arbeidet sitt.

Luca Pacioli var ein dyktig matamatikar. Han var td. matamtikklærar for Leonardo da Vinci, og. Pacioli og da Vinci reiste mykje saman.

Sidan denne forkorta algebraen har vore utgangspunkt for den *symbolske algebraen* som vart utvikla i Europa i århundra som fylgde, kan me konkludere med at Diofantos sitt arbeid har vore fundamentet for denne. Om ”Aritmmetica” tapte for ”Aljabr” med omsyn til namneval, så var det Diofantos sitt arbeid som låg til grunn for den *symbolske algebraen*.

Innføring av symbol

Johann Widman, frå Bøhmen, gav ut ei aritmetikkbok i 1489. I denne boka møter me teikna + og – på prent for fyrste gong. Men her var desse teikna ikkje nytta som operasjonsteikn, men som teikn for å syne auke og minke. (Det kan nemnast at symbola + og – vart nytta før dei kom på prent. Til dømes vart dei måla på tønner for å indikere om dei var fulle eller ikkje.) Symbola + og – blei nytta som algebraiske operasjonar av den hollandske matematikaren Gielis vanden Hoecke i 1514, men vart kanskje nytta såleis tidlegare. Hoecke gav ut boka ”Aritmetica” – 51 år etter at Diofantos sitt bokverk ”Aritmetica” vart omsett til latin. Me kan såleis rekne med at operasjonsteikna + og – må vere innførte i Europa kring år 1500.

Det er godt mogeleg at teiknet + kan førast attende til det latinske ordet ”et” dvs. og. Me tenkjer oss fylgjande utvikling:

”et” → t → ♀ → + (teiknet er ein del av

bokstaven t, ”maksimal stenografi”).

Luca Pacioli gav i 1494 ut algebraboka: ”Summa”, (sjå ovanfor). Her vert $\overline{\text{m}}$ nytta som teikn for minus, frå det latinske ordet: ”meno” → mindre. Det var vanleg å setje ein strek over bokstaven som representerte forkortinga. Med dette som utgangspunkt kan me tenkje oss fylgjande utvikling: ”meno” → $\overline{\text{m}}$ → –.

Her er det såleis forkortningsteiknet som er blitt til symbol for minus.

Det er gjevne andre forklaringar på korleis teikna + og – er utvikla. Det er td. blitt hevda at minusteiknet kan førast attende til Diofantos og Heron.

Michael Stifel (1487–1567), frå Tyskland, vart i si tid rekna for å vere den beste algebraisten i heimlandet. Den beste boka hans er: ”Aritmetica integra”, den vart prenta i 1544. Den er delt inn i 3 deler: (1) rasjonale tal, (2) irrasjonale tal, (3) algebra. Så her har me enno eit døme på at ei algebrabok, som vert utgjeven i Vest-Europa kring 300 år etter at ”Aljabr” blei kjend her, får namnet ”aritmetikk” og ikkje ”algebra”**.** Stiefel har nok vore påverka av den latinske omsetjinga av Diofantos ”Arithmetica”, som kom i 1463, 24 år før Stiefel blei født!

Robert Record (ca. 1510–1558), frå Wales, gav i 1557 ut ei algebrabok: ”The Whetstone of Witte”. Her vert vårt moderne teikn for *er lik* innført. Han grunngav kvifor han innførte teiknet = på fylgjande måte: ”Bicause noe 2 thyngs can be more equalle.” I denne boka vart symbola + og – nytta for første gong i England.

Likskapsteiknet er enkelt, men i utgangspunkt er det ikkje berre enkelt for borna. Nickson skriv ([5], s. 101–102):

> Det blir funne at borna si fortolkning av likskapsteiknet endrar seg og utviklar seg gradvis. Til å byrje med vert likskapsteiknet oppfatta som ein ”kommando” som indikerer at dei tala som er gjevne, må verta påverka, og først seinare knyter borna samband mellom kvantitetane sin ”likskap” på begge sider av teiknet.
>
> At borna diskuterte seg i mellom, synte seg å vera ein viktig del i utviklinga av forståinga av likskapsteiknet. Og læraren si evne til å høyre på elevane, og tilpasse dei varierande nivåa til kunnskapen deira, var viktig for å klargjera vanskane deira, og såleis hjelpa dei til å utvikla forståinga og meininga av funksjonen til likskapssymbolet.

Christoffer Rudolf, frå Tyskland, gav i 1525 ut ei algebrabok. Her vert vårt moderne teikn for kvadratrot nytta for første gong. Det valet er kanskje gjort, fordi det liknar på ein liten r, for ”radix” (latin) → rot.

Francois Viéte (1540–1603), frå Frankrike, var den mest kjende matematikaren i heimlandet sitt i si tid. Den viktigaste boka hans: ”Isagoge in artem analyticem” kom ut i 1591. I denne boka innførte han den praksisen å bruke vokal som teikn for ukjende storleikar og konsonantar som teikn for kjende storleikar. Viéte innførte skriveformene: A quadratum for A kvadrert og A cubum for A opphøgd i 3. potens.

Seinare forkorta andre desse skriveformene til: A quad og A cub, og seinare vart stenografien: Aq og Ac innført. Viéte nytta symbola + og –, men han hadde ikkje noko teikn for *er lik*, han skreiv: **aequatur.** Han har ikkje kjent boka til Robert Record, ovanfor, som i 1557 innførte teiknet = for *er lik.*

Døme på Viéte sin algbra:

B5 in A quad – C plano 2 in A + A cub **aequatur** D solido, eller: B5 in Aq – C plano 2 in A + Ac **aequatur** D solido, dvs.:

$$5BA^2 - 2AC + A^3 = D.$$

Ovanfor ser me døme på forkorta algebra med restar av retorisk algebra, som vert forbetra undervegs. Og til sist har me symbolsk algebra.

I boka ”In artem” gjev Viète reglane for produkt av potensar, og den ekvivalente omforminga av likningar på ein måte som minner om dei første sidene i Diofantos bokverk "Arithmetica".

Thomas Harriot (1560–1621), frå England, vart rekna for å vera grunnleggjaren av den algebraiske skulen i dei engelsktalande landa. Om han vart det sagt: "… the greatest mathematician that Oxford has produced". Han gjorde viktige arbeid med løysing av likningar. Han godtok negative røter og komplekse røter på ein slik måte at løysingane hans liknar på løysingane frå våre dagar. Han oppdaga at dersom a, b og c er løysingane til ei tredjegradslikning, så har me:

$$(x - a)\ (x - b)\ (x - c) = 0.$$

Han nytta vokalar som symbol for ukjende, slik som Viéte. Han endra potensteikna som var innførte med utgangspunkt i Viéte sine notasjonar. Han skreiv *aa* for aq, *aaa* for ac, *aaaa* osv. (Men det vert sagt at det var Michael Stifel som først nytta denne skriveforma i 1549).

Thomas Harriot nytta eit opphøgt punkt som multiplikasjonsteikn, til dømes: $2 \cdot 3 = 6$.

William Oughtred (1574–1660), frå England, skreiv i 1631 ei bok som heitte "Clavis mathematicae" → "Nøkkelen til matematikk". I algebrabøkene sine la han stor vekt på å bruke symbol. Han innførde meir enn 150 symbol. Men berre 5 har blitt nytta opp til vår tid:

(×) for multiplikasjon, Oughtred publiserte teiknet i London i 1628, men det hadde dukka opp alt i 1618 i eit skrift, der me ikkje kjenner namnet på forfattaren.

Oughtred innførte (:) for ein proporsjon, til dømes: a : b = c : d, (~) for differansen mellom to storleikar, og "sin" og "cos" for sinus- og cosinusfunksjonane.

Me skal sjå på utvilkinga av symbol for potensar med naturlege tal som eksponentar. Nicole Oresme (ca. 1323–1382) nytta tal for å uttrykkje potensar. Nicolas Chuquet (ca. 1445–ca. 1500) nytta opphøgde tal i "Le Triparty en la Science des Nombres". Men notasjonane hans av til dømes 12^3 tydde eigentleg $12x^3$. Pierre Hérigone (1580–1643) nytta i 1634 skriveforma: a, $a2$, $a3$, osv. for potensar i boka "Cursus mathematicus". I 1636 gav skotten James Hume ut ei redigert utgåve av Viéte sin algebra, der han skriv grunntalet og deretter eksponentane opphøgd. (eksponentane var skrivne som romartal, td: 2^{III}), og dermed la han grunnen for vår moderne skrivemåte, som Descartes har fått æra for.

Rene Descartes (1596–1650), frå Frankrike, gav i 1637 ut boka: "La gèometrie", som omhandlar algebraisk geometri. Han innførte den sedvanen me nyttar i dag ved å bruke dei første bokstavane i alfabetet til dei kjende storleikane og dei siste bokstavane i alfabetet til å representere dei ukjende

Descartes innførte dei notasjonane for potensar, som me nyttar i vår tid. Me fekk den kjende rekkja: x, xx, x^3, x^4,x^5, …

Men det må takast med at Descartes først nytta Viéte sine notasjonar; x, xx, xxx, $xxxx$, … Og det sette sine spor i at han skreiv: xx for x^2, rimlegvis fordi xx var like lett å skrive som x^2.

Me skjønar at dette er ei stor forbetring i høve til Diofantos, Viéte og Harriot sin symbolbruk ovanfor. Det gjekk altså berre 174 år frå Diofantos' "Arithmetica", med forkorta algebra, blei omsett til latin, i 1463, til Descartes, i 1637, fullfører den symbolske algebraen, slik me kjenner den i dag.

Johann Rahn (1622–1676), frå Sveits, gav i 1659 ut algebraboka "Teutsche Algbra", der det angloamerikanske symbolet for divisjon ÷ vart brukt for første gong. Denne boka vart omsett til engelsk nokre år seinare. Dette divisjonsteiknet vert som kjend nytta på lommereknaren.

Seinare gransking har kome til at det kanskje er John Pell, som redigerte Rahns algebra, som fann opp dette teiknet. Og det høver i tilfelle bra at ein engelskmann innførte det angloamerikanske symbolet for divisjon.

Teiknet **:** vart nytta i ein tekst, som vart prenta i London i 1633. Denne boka vart kalla "Johnssons Aritmetikk". Men Johnsson nytta berre symbolet for å indikere brøk, td.: tre fjerdeler vart skrive 3:4. Han nytta ikkje symbolet for operasjonen divisjon.

C. W. Leibnitz (1646–1716), frå Tyskland, nytta teiknet **:** for både høve og divisjon i 1684 i boka "Acta Eruditorum".

Han skreiv boka: "Characteristica generalis". Her introduserte han ein universell matematikk, som til dømes G. Boole (1825–1864) arbeidde vidare med i den såkalla *Boolske algebraen*.

Tidlegare har me sagt at Oughtred innførte × som multiplikasjonsteikn. Leibnitz meinte at dette teiknet kunne forvekslast med *x* som symbol for den ukjende. Dette må også Oughtred ha tenkt på, fordi han nytta · som multiplikasjonsteikn i ein del samanhangar. Men det var Leibnitz som innførte · som multiplikasjonsteikn. Som ein kuriositet kan me nemne at i folkeskulen i Noreg vart × nytta som multiplikasjonssymbol ca. 300 år etter at Leibnitz drøfta dette problemet. Men for elevane i folkeskulen i Norge var dette ikkje noko problem, for dei fekk ikkje lære om likningar.

Parentesar

Nicolo Tartaglia (ca. 1506–1557) nytta parentesen ( ) i 1556 i boka "General trattato di numeri e misure". Men det vert og sagt at denne parentesen vart nytta så tidleg som i 1544.

Parentesen [ ] vart nytta av Rafael Bombelli (1526–1573) i ei redigering av "Algebra" ca. 1550.

Parentesen { } vart nytta av Francois Viéte (1540–1603) i boka "Zetetica" i 1591.

Generelt om læring av symbol

Læring av symbol i aritmetikk og algebra er viktig for borna. Nickson ([5], s. 102) skriv:

> Dialog mellom born og born, og mellom born og lærar, er identifiserte som vitale aspekt for borna si læring av symbol. Saeny-Ludlow og Walgrave fann, i 1998, at borna sin dialog med kvarandre og med læraren, auka merksemda av det kognitive arbeidet med å gjera dei konvensjonelle symbola meiningsfulle.

MacGregor og Price, ([5], s. 110), undersøkte om dei tre kognitive komponentane: (1) *symbol*, (2) *syntaks* og (3) *tvitydighet*, er knytt til suksess ved læring av algebraiske notasjonar.

Undersøkinga deira er basert på å identifisere ei tilknyting mellom språkdugleik og matematiske framsteg. Dei refererer også til ei undersøking av White (1985) som indikerer at svake prestasjonar i skolematematikken er knytte til udugleik i språkleg framgang.

Ein test vart gjeven til 340 elevar i 8. og 9. klasse i Melbourne, og resultata synte at dei som skåra høgt på språktesten, skåra også høgt i algebra. Det synte seg at elevar som hadde feil med algebra, også hadde dårleg utvikla lingvistisk medvit.

Denne medvitne *merksemda* av språkstrukturar og dugleik til å handsama desse strukturane, vil bli manifestert av djupare kognitive prosessar som òg er grunnlag for forståing av algebraiske notasjonar.

Eg vil takke Sigmund Myklevoll, Bergen, og Ole Einar Torkildsen, Volda, for råd og rettleiing i samband med utarbeidinga av denne artikkelen.

Litteratur:

[1] Eves, Howard: *An introduction to the history of mathematics*, Saunders College Publishing, Fort Worth, Philadelphia, USA, 1990.

[2] Fjæra, Olav K: *Litt frå matematikken si soge*, Matematikkseksjonen, Bergen Lærarhøgskule, 1992.

[3] Holme, Audun; *Matematikkens historie 1. Fra Babylon til mordet på Hypatia*. Fagbokforlaget, Bergen, 2001.

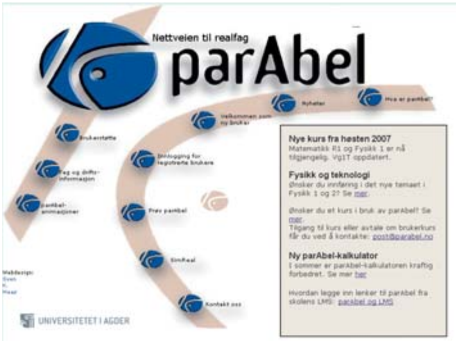
[4] Holme, Audun; *Matematikkens historie 2. Fra de arabisk vise til Niels Henrik Abel*. Fagbokforlaget, Bergen, 2004.

[5] Nickson, Marilyn: *Teaching and Learning Mathematics*. Continuum, London, New York, 2004.

Guro Mæhlum

parAbel – et nettbasert læringsverktøy

Erfaringer etter 3 års bruk



På jakt etter gode digitale hjelpemidler i matematikk ble jeg oppmerksom på nettstedet www.parabel.no. Jeg har brukt parAbel i Reform94fagene 1MX og 2MX de siste 3 årene. Jeg mener parAbel er noe det beste som er tilført matematikkopplæringen de senere år. Det egner seg godt til motivasjon, som "lærebok", variasjonsmulighet, som hjelp til å lære på egenhånd, til repetisjon og til å gjøre matematikk morsomt.

Bakgrunn

Med utgangspunkt i synkende realfagsinteresse blant ungdom utviklet Heriot Watt University i Edinburg, Scotland, et internettbasert undervisningsopplegg innen realfagene, Scholar program. Tidligere Høgskolen i Agder, nå Universitetet i Agder, samarbeider med Heriot Watt University og adopterte noen av ideene. Disse ble videreutviklet, modernisert og tilpasset norske læreplaner og samfunnsforhold. Det ble spesielt lagt inn elementer for å motivere jenter. Prosjektet ble påbegynt i 2003 og er utviklet og oppdatert slik at kompetansemålene i Kunnskapsløftets læreplaner dekkes. Fra 2005 ble parAbel et nasjonalt prosjekt støttet av Kunnskapsdepartementet gjennom Utdanningsdirektoratet. Programmet er gratis. Skoler som ønsker å benytte dette læringsverktøyet må ta kontakt med parAbel prosjektet for å få brukerkoder.

Guro Mæhlum, Bjertnes videregående skole
guri.mehlum@bjertnes.vgs.no

Hva er parAbel?

parAbel er et nettbasert læringsverktøy i matematikk som kan komme i tillegg til den ordinære undervisningen. Det er selvinstruerende og gir mange muligheter for læring. parAbel er bygget opp som en lærebok med kapitler og underkapitler med teori, figurer og oppgaver. Man kan gå inn på et hvilket som helst emne og lese mer eller "bla" fra side til side. I tillegg er det en grafisk kalkulator, et oppslagsverk og lenker til andre matematiske nettsteder. parAbel har en møteplass og et diskusjonsforum slik at elevene kan samarbeide. Det finnes en matematisk verktøylinje slik at man kan skrive matematiske uttrykk. Mye av stoffet illustreres ved hjelp av animasjoner, noe som er en stor styrke for forståelsen og innlæringen av stoffet.

parAbel er utviklet for matematikk Vg1T og 3MX. Det arbeides med å få fagene matematikk R1, R2 og fysikk 1 og 2 tilgjenglige i løpet av kort tid. Det jeg ønsker meg, er at programmet utvikles for matematikk Vg1P, Vg2P, S1 og S2.

Hva trenger man for å bruke parAbel?

På de fleste PCer fungerer parAbel bra når man har lastet ned MathPlayer. Dette er viktig for å få lesbare matematiske uttrykk. Denne programvaren kan lastes ned gratis fra www.dessci.com/en/products/mathplayer/download.htm.

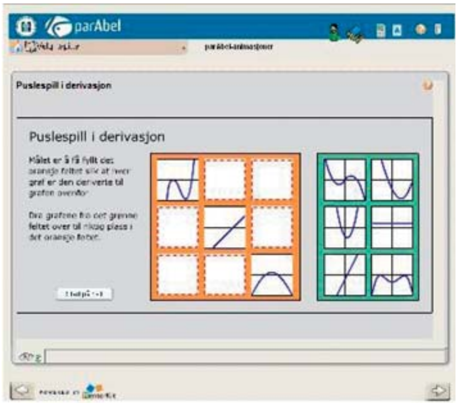
En del elever sliter med å få tilgang på hjemmePCen. Dette løses enkelt ved å kjøre en klientsjekk på PCen. På forsiden av parAbel finner man et punkt for brukerstøtte; her finnes hjelp til å komme i gang, samt sjekk av PC.

Mine erfaringer med parAbel

Som tidligere nevnt har jeg benyttet parAbel i Reform94fagene 1MX og 2MX. Skolen vår har tilgang til parAbel via læringsplattformen itslearning. Vi har lagt lenke til parAbel i hvert enkelt fag, noe som gir elevene tilgang på en enkel måte. Elevene har jobbet på egenhånd, hjemme og under veileding på skolen. Til gjennomgang av enkelte deler av læreplanen har prosjektor og whiteboard/lerret blitt brukt. Det å bruke parAbel sammen med whiteboard har gitt store muligheter til å presisere og utdype. Det beste hadde vært å ha en elektronisk tavle, men foreløpig er dette en drøm.

Noen eksempler:

Fra 2MX
Emne: Å forstå sammenhengen mellom forløpet til funksjoner og fortegnet til deres første- og annenderiverte.



Dette er en "klikk og dra" oppgave hvor grafene i det grønne kvadratet skal plasseres riktig i forhold til de i det oransje.

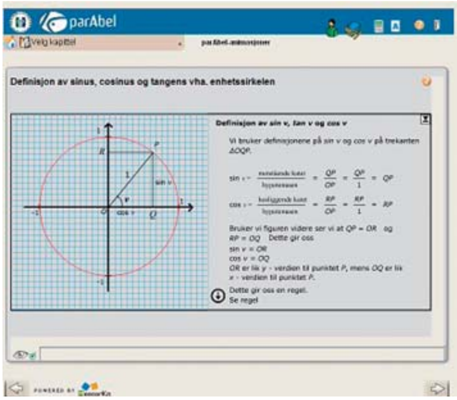
Fra Vg1T (og 2MX):
Emne: derivasjon av potenser og den generelle regelen for dette.

Her vises prinsippet ved først å flytte eksponenten fra sin plass ned foran variabelen ved animasjon. Videre vises at 1 trekkes fra eksponenten og resultatet regnes ut. Hvis eleven trenger repetisjon, eller ikke så hva som skjedde, kan dette vises flere ganger.

Fra 2MX:
Emne: det geometriske bildet av vektorer som piler i planet.

For å vise at to vektorer er like selv om de er plassert på forskjellige steder i koordinatsystemet blir vektorene flyttet slik at de til slutt ligger oppå hverandre. Animasjonen viser hele flyttingen. Forståelsen blir helt annerledes enn når læreren tegner, pusser ut og tegner på nytt.

Fra Vg1T (og 2MX):
Emne: den generelle definisjonen av sinus, cosinus og tangens



Det geniale med parAbel er animasjonene som illustrerer stoffet slik at man lett kan se sammenhenger. Det forenkler innlæringen av fagstoffet, stoffet framstilles på forskjellige måter og mange av illustrasjonene er morsomme. Vi har ledd mye av enkelte animasjoner og elevene husker fagstoffet nettopp av den grunn.

Jeg anbefaler alle å ta en kikk på www.parabel.no, se på animasjonene og alle mulighetene som finnes i læremiddelet.

Dette er side 2 av animasjonen som viser definisjonen av sinus, cosinus og tangens ved hjelp av enhetssirkelen. Både figur og tekst er animert og det brukes farger som for å illustrere sammenhenger. Her kan man velge å se alt lærestoffet med en gang eller trinnvis.

Teori, oppgavene og illustrasjonene fremstilles variert. Det er utfyllingsoppgaver, klikk- og draoppgaver. I andre oppgaver må eleven gjøre valg og se konsekvensene umiddelbart. Elevene kan jobbe individuelt i eget tempo med det stoffet de ønsker. Dette gir en utmerket mulighet for differensiering.

Jeg har ikke benyttet den grafiske kalkulatoren. Dette fordi elevene foreløpig ikke har fått bruke annet enn en håndholdt lommeregner. I følge nettstedet er kalkulatoren forbedret denne sommeren. Når våre elever får mulighet til å bruke PC som hjelpemiddel til eksamen i matematikk, regner jeg med å lære opp elevene i SimReal kalkulatoren som er integrert i parAbel.

Konklusjon:

Som digitalt læremiddel opplever jeg parAbel som det beste jeg har prøvet. Man kan nå alle kompetansemålene uten lærebok, det er selvinstruerende og det er en morsom måte å undervise og lære matematikk på. For å gi elevene større utfordringer og mer kunnskap i emnene må man ha flere øvingsoppgaver. Disse finnes i lærebøkene, eller man kan lage dem selv.

Per Manne

Holmboeprisen

Bernt Michael Holmboes minnepris går inn i sitt fjerde år. Tre ganger har vi løftet frem en matematikklærer i særklasse, og 10 andre lærere har fått hederlig omtale. Nå begynner en ny runde, og vi håper på mange gode kandidater å velge blant.

Holmboeprisen har nå etablert seg og er godt kjent i matematikkmiljøer. Vi har her hatt god hjelp fra flere hold. Abelfondet finansierer prisen og gjør dermed prisutdelingen mulig. Oslo katedralskole lager hvert år et flott og verdig arrangement. Kunnskapsministeren signerer diplomet og gir offisiell anerkjennelse til prisen. Abelprisvinneren overrekker prisen og gjør seremonien til en høytidelig begivenhet. Høgskolen i Oslo har bidratt ved våre påfølgende faglige arrangementer. Tangenten har stilt spalteplass til rådighet til både markedsføring av prisen og presentasjon av vinnerne. LAMIS har bidratt til å løfte frem "sine" prisvinnere, og forlagene bruker Holmboeprisen ved markedsføring av sine forfattere.

Men ikke minst har prisvinnerne selv vært verdige ambassadører for prisen og gitt tyngde til den. De første vinnerne, Svein Hallvard Torkildsen, Grete Normann Tofteberg og Karl Erik

Per Manne, Norges Handelshøyskole
per.manne@nhh.no

Avtroppende leder for Norsk matematikkråd

Bernt Michael Holmboes minnepris er en pris for matematikklærere i grunnskole og videregående skole. Den er oppkalt etter Niels Henrik Abels matematikklærer, som tidlig så Abels store talent og bidro sterkt til at det fikk blomstre. Prisbeløpet er på 50 000 kr, og det blir delt mellom prisvinneren og skolen han eller hun arbeider ved. Prisen er finansiert av Abelfondet og blir delt ut av Norsk matematikkråd.

Sandvold, har alle blitt grundig presentert for Tangentens lesere, og bør også være kjente fra flere andre hold. De har vært aktive på mange ulike felt, og har gjennom flere år satt preg på arbeidet blant matematikklærere.

I vår fikk seks lærere, i tillegg til prisvinneren, hederlig omtale. Det var Elisabeth Aksnes ved Bryne skule, Anne Berit Holme, Kari Larsson og Berit Tvedt fra Bergen katedralskole, Ole Harald Johansen fra Hersleb skole og Hans Bie Lorentzen fra Berg videregående skole. Disse har fått et diplom, samt 1000 kr hver. Begrunnelsene som ble gitt er å finne på våre nettsider holmboeprisen.no. Vi peker spesielt på at disse lærerne har markert seg på svært ulike arenaer, og de viser at det ikke fins noen fast mal som en prisvinner må passe i.

Når vi nå går ut og ber om nye nominasjoner til neste prisutdeling, så vil vi understreke at det ikke er for den utadrettede virksomheten som prisen har blitt tildelt. Holmboekomiteen legger stor vekt på arbeidet med elevene i klasserommene, og annen faglig virksomhet er mer et tegn på et sterkt engasjement for faget som får utløp gjennom ulike kanaler. Det er derfor viktig at dokumentasjonen ved nominasjonene er allsidig, og at man også får et godt inntrykk av hvordan læreren arbeider i klassen og hva som er spesielt med hans eller hennes undervisning. Her kan uttalelser fra nåværende eller tidligere elever og foreldre være hjelpsomme.

Kandidater som har vært nominert tidligere kan gjerne nomineres på nytt, og vi har fremdeles den tidligere dokumentasjonen tilgjengelig. Vurder i så fall om denne kan suppleres, slik at komiteen får enda bedre innsyn i arbeidet til kandidatene. Holmboekomiteen har anledning til å kontakte referansepersoner og samle inn ytterlige materiale. Likevel er det dere som nominerer som har den beste kjennskapen til kandidaten, og som må ha hovedansvaret for å få frem denne kunnskapen.

Nominasjonsfristen har variert noe de første gangene. Denne gangen ønsker vi å motta forslag innen **mandag 14. januar 2008**. Skjema og mer opplysninger finner du på nettsidene holmboeprisen.no.

Til slutt en personlig betraktning: jeg har nå fulgt Holmboeprisen på nært hold siden 2001, da Kari Hag ved NTNU og Nils Voje Johansen fra Universitetet i Oslo hver for seg foreslo å opprette en slik pris. Høsten 2003 kom tilbudet fra Abelfondet om å finansiere prisen, og våren 2005 var vi klare for å dele ut prisen første gang. Det er svært mange som har vært med på arbeidet underveis, langt flere enn de jeg nevnte innledningsvis, og jeg har satt stor pris på å få arbeide med alle sammen. Hvis noen skal nevnes spesielt så må det være Anne Marie Astad fra Videnskapsakademiet, som har hovedansvaret for at prisseremonien har blitt så flott og velregissert, og som hele tiden har vært full av energi, pågangsmot og godt humør. Det har også vært utrolig spennende å få et slikt innblikk i hva som skjer med matematikkfaget i skolen. Det er derfor litt vemodig at denne artikkelen i Tangenten blir min siste offisielle befatning med prisen, i hvert fall i denne omgang, da andre personer nå tar over dette ansvaret i Norsk matematikkråd. Jeg ønsker dem lykke til med arbeidet videre, og vil rette en stor takk til alle som har vært med på å gjøre Holmboeprisen til en realitet.

Bokomtaler

Audun Holme: *Da matematikken ble til*,
Damm & Søn, 2007
196 sider
ISBN: 978-82-04-10154-9
Pris: 299,–

Når vi dukker ned i det faglige innholdet i boken *Da matematikken ble til*, finner vi godbiter som tidligere tiders regnemåter, måleenheter, Pytagoras, ligninger og hemmelige koder.

Noen ganger har forfatteren vært litt knapp, som for eksempel der vi kan lese om ordene dusin og tylft. Kanskje det hadde vært naturlig å ta med at tylft ble mest brukt i forbindelse med tømmerstokker? Enkelte steder har jeg undret meg over gjentagelser som nesten gir inntrykk av manglende korrekturlesning. Normalen er imidlertid en stadig veksling i tid og sted – og alltid konsentrert om matematikken.

Hvis vi for eksempel ser mer konkret på hva Holme skriver om Pytagoreernes matematikk, så skriver han først biografisk om Pytagoras selv. Dette er underholdende skrevet, vi leser for eksempel om hvordan Pytagoras var nær ved å bli solgt som slave i stedet for å fortsette studieturen sin til Egypt. Mange biografiske opplysninger omkring Pytagoras er usikre, noe Holme også bemerker i starten av kapitlet.

Forfatteren gir en historisk tilnærming til brøkregning sammen med begrepet kommensurable størrelser. Ut fra dette antyder Holme at det gylne snitt kan ha vært det første kjente irrasjonale tallet – før kvadratroten av 2 ble kjent som irrasjonal! Så får det heller være at de tre og en halv sidene om polyedre kommer litt vel brått på, midt i passasjen om irrasjonale tall. Det er jo artig nok å lese om polyedre, 1700-tallets Leonhard Euler og hans formel selv om det ikke går frem hvordan pytagoreerne tenkte om emnet.

Dette er en bok som kan gi elever nye og alternative tanker i både tverrfaglige og i tradisjonelt ikke-matematiske sammenhenger. Her kan elever få en forståelse av matematikkens rolle innenfor kultur og samfunn, og de kan ha glede av mange konkrete og detaljerte eksempler.

Et tilfelle der en slik matematikkrolle kanskje blir særlig tydelig, finner vi i beskrivelsen av de matematiske sidene ved vannforsyningstunnelen på Samos: Her grov arbeiderne ut en cirka 1 km lang tunnel fra hver sin side av fjellet, drøyt 500 år før Kristus, og møtte hverandre med en *imponerende* nøyaktighet.

Forfatteren veksler i matematisk vanskelighetsgrad, noe som gjør det vanskelig å anslå «passende målgruppe». Noen deler av boken har stor interesse som ressursbok for lærere på mellomtrinnet, kanskje i noen tilfeller enda lenger ned, andre deler passer for interesserte

elever i videregående skole – det gjelder for eksempel en del algebraiske bevis og resonnement. Kombinert med en og annen formulering om at noe er lett, gjør at jeg vi si det slik at selv om mange elever kan finne stimulerende stoff her, så bør ikke en hvilken som helst elev lese hvor som helst i denne boken på egen hånd.

I begynnelsen av boka forsøker forfatteren å gruble eller «fantasere» sammen med leseren over tidlige spor av matematisk innsikt i menneskets historie – det blir en form for historiefortelling med vekt på telling, tall og tallbegrep. Enkelte ganger kan historiefortellingen kanskje virke i overkant fantasifullt, men stort sett likevel realistisk.

Boken gir inntrykk av å være skrevet fordi forfatteren syntes det var underholdende å skrive om de emnene som er tatt med, ikke først og fremst fordi han vil fylle et behov i skolen. Men for oss lærere kan en slik motivasjon fra forfatterens side – og den nevnte vekslingen i vanskegrad – være positivt. Noen ganger kan vi nærmest slappe av med å lese kjent stoff i en uformell og engasjert presentasjon, andre ganger serverer forfatteren en og annen oppgave – muligens innenfor mindre kjent stoff.

Dette er dessverre en bok som mangler stikkordregister, og det reduserer verdien betraktelig. Jeg mener forlaget burde ha ventet med å utgi boken til de hadde laget det, en bok som dette både fortjener og krever et godt stikkordsregister!

Mye av teksten faller inn under sjangeren «matematisk rekreasjon». Kanskje passer denne boken aller best for deg som er på jakt etter oppbyggelig lesestoff mens du samler krefter på sofaen. Men da passer den til gjengjeld godt, samtidig som det er stor sannsynlighet for at du får med deg inspirasjon og noen ideer til egen undervisning etter hvert som du leser.

Hans Jørgen Riddervold

Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen

Realfagbygget A4, NTNU
7491 Trondheim
Telefon: +47 73 55 11 42
Faks: +47 73 55 11 40
merete.lysberg@matematikksenteret.no

Besøkssenteret i matematikk ved Høgskolen i Vestfold

Lisbet Karlsen

Et ønske om en samarbeidsarena for matematikkundervisning

Besøkssenteret ved Høgskolen i Vestfold har kommet i stand fordi noen ildsjeler, både i ledelsen og i matematikkseksjonen, ønsket å skape et sted der studenter, lærere fra praksisfeltet og lærere fra høgskolen kunne møtes for å diskutere og utvikle god matematikkundervisning. Vi ville ha et sted der elever kan komme og få noen artige og meningsfulle timer med matematikk. De første ideene dukket opp allerede i 2002, to år etter sto rommet klart og vi gjennomførte vårt første pilotprosjekt med elever våren 2005.

I løpet av de to siste årene har vi hatt mange elever på besøk. De kommer til et nokså vanlig undervisningsrom, som Besøkssenteret må dele med andre fag og med vanlig høgskoleundervisning, men som er innredet med fem arbeidsstasjoner, en verdensdel i hver stasjon. Vi møter alle elevene i midten av rommet der vi presenterer temaet læreren har ønsket for besøket, og der vi som regel gjennomfører et lite rollespill for at elevene skal komme raskt inn i temaet. Etterpå deles elevene i fem grupper som går til hver sin verdensdel for å utforske temaet fra fem ulike vinklinger. Etter en god arbeidsøkt på en stasjon, samles alle elevene til en presentasjon av det de har funnet ut, og til en refleksjonssamtale rundt det de har oppdaget eller lært. Vi legger vekt på utforskende aktiviteter som kan møte målene i LK06. Vi legger også vekt på at elevene ved hvert besøk skal få uttrykke seg både muntlig og skriftlig.

I den grad det er mulig, knytter vi aktivitetene til den verdensdelen elevene er i. Med de yngste barna kan det for eksempel være at de jobber med addisjon og subtraksjon knyttet til lekedyr som hører hjemme i disse landene. Vi har for eldre elever opplegg om ulike tallsystemer som er lett å plassere i tilhørende verdensdel. Men det viktigste er at aktivitetene gir mulighet for utforsking, for samtale og diskusjon, og gjerne for hypotesetenking og bevisførsel.

Vi ønsker at senteret skal være et levende senter som stadig er i utvikling. Derfor har det i prosjektarbeidet vært viktig å ha med representanter fra alle grupper som er opptatt av god matematikkundervisning; lærere fra praksisfeltet, høgskolelærere, og studenter. Vi har fått støtte til prosjektet fra mange instanser, fra Høgskolen i Vestfold, fra Norges forskningsråd, fra Utdanningsdirektoratet gjennom Fylkesmannen i Vestfold og ikke minst fra Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen.

Et eksempel fra geometri

Et opplegg vi har brukt for elever på ungdomstrinnet fokuserer på sammenhengen mellom lengde, areal og volum. På de ulike stasjonene har vi hatt følgende aktiviteter:

- Bygget sylindere (i Oseania hvor vi har en sylinderformet didgeridoo)
- Brettet kuber (i Asia, hvor origami hører hjemme)
- Bygget esker (i Amerika – gaveesker)
- Brette A4 kartonger (i Europa – A4-formatet kommer fra Tyskland)
- Inngjerding for elefanter (i Afrika – kun to dimensjoner)

På alle stasjoner har elevene gjettet på volum før de har målt. Videre har oppgaven vært å finne ut hvor stort volumet blir dersom alle sider halveres. Også her har de gjettet først. Det har vært spennende å følge elevene i arbeidet og se hvordan hypotesene endres underveis. De fleste gjetter først at volumet halveres. Når de, for eksempel på eskestasjonen, klargjør arket for å klippe til så sidene blir halverte, endrer de ofte til at det nye volumet blir en fjerdedel fordi de ser fire små kvadrater. Når esken begynner å ta form, endrer de fleste sin hypotese igjen før de heller ris i for å sjekke. I den felles refleksjonen til slutt, er det tydelig for elevene å se sammenhengen på tavla, der alle gruppene har tegnet og skrevet matematiske sammenhenger, for eksempel

Viktig for elever i grunnskolen, studenter, lærere i praksisfeltet og lærere ved Høgskolen i Vestfold

Målet er at studentene her skal ha en alternativ praksisarena, der de under veiledning fra høgskolens lærere får prøve ut teoriene de jobber med til vanlig. Det får de selvfølgelig også i vanlige praksisperioder, men der skjer så mye annet. Vi ønsket oss et sted der studentene i en kort periode kan konsentrere seg fullt og helt om matematikkundervisningen.

Videre er målet at lærere fra praksisfeltet skal kunne bruke senteret for å få inspirasjon til egen undervisning og for å delta i utviklingsarbeidet og diskusjonen rundt hva god matematikkundervisning er. Så langt har de aller fleste av lærerne som har vært på besøk med klassene sine, også deltatt i et større etterutdanningsprogram ved høgskolen.

Dessuten er målet at Besøkssenteret skal være et sted der det er mulig å drive forskning på matematikkundervisning. Vi er i år tre lærere fra matematikkseksjonen som har FOU-midler til dette.

Klassebesøk

Vi tar imot klasser på to måter, enten som et studentprosjekt der læreren kan ønske seg et hvilket som helst tema, eller ved at læreren bestiller et tema fra en samling ferdige opplegg. I den siste kategorien er det lærer fra høgskolen som har ansvaret, med studenter som hjelpere. Uansett form har høgskole og praksisfelt god kontakt før besøket. Læreren som kommer skal kjenne senteret og hvordan vi driver, og temaet som velges skal ha tilknytning til det elevene jobber med på skolen i den aktuelle perioden. Vi ønsker et samarbeid med praksisfeltet og ikke kun en happening.

Alle matematikkstudenter på allmennlærerutdanningen gjennomfører nå et prosjekt i senteret, både de på grunnutdanningen og de som tar videreutdanning. Et prosjekt innebærer både planlegging, gjennomføring, evaluering og rapportskriving. I planleggingsfasen må studentene samarbeide med de aktuelle lærerne for at opplegget deres skal passe til de elevene som kommer. I gjennomføringsfasen er alltid to studentgrupper til stede. Den ene har ansvar for det som skjer, mens den andre observerer. Dette gir lærerike samtaler i etterkant.

Har vi lyktes så langt?

Hvordan har vi så lyktes med våre mål så langt? Er det verdt å satse videre på dette prosjektet? Vi har gjennomført flere små undersøkelser underveis i arbeidet, både mot studenter, mot elever og mot lærere. Rapportene fra studenter som har gjennomført prosjekter med elever i senteret er omtrent entydig positive. En del studenter uttrykker begeistring. Her får de kanskje se hvordan elever som vanligvis ikke sier så mye, blomstrer opp når de får praktiske oppgaver. Her får de kanskje se hvordan teoretisk sterke elever sliter med å omsette det de kan i praksis. Og de får kjenne på kroppen hvilke utfordringer en utforskende, problemløsende tilnærming til matematikkundervisningen innebærer. De får også erfare utfordringene som følger med refleksjonssamtaler med elever. Hvordan kan de få elevene til å oversette det de har funnet ut i de utforskende aktivitetene til et matematisk språk? Hvordan knytte det de har funnet ut til kompetansemålene i LK06?

Vi har spurt lærere hvilken betydning et slikt senter kan ha for dem. Svarene er ulike. Noen svarer at de her får støtte til den måten de selv driver undervisningen på. En del sier de får inspirasjon til å drive en mer elevaktiv undervisning, eller de får tips til oppgaver og aktiviteter knyttet til bestemte kompetansemål fra LK06. Mange synes det er nyttig å se enkelt materiell i bruk, ikke så mye til konkretisering, men i større grad til utforsking. Noen synes ikke de får så mye mer ut av det enn en artig matematikkdag med sine elever. Et par ganger har besøkene vært mislykket, fordi kommunikasjonen mellom de involverte parter ikke har vært god nok på forhånd, slik at opplegg har vært for lett for elevene.

En klar indikasjon på et vellykket besøk er blide og positive elever. Det ser vi nesten alltid. En del sier de har lært noe nytt. En del sier de har blitt sikrere på et begrep eller en sammenheng. De aller fleste sier de har hatt en fin dag, og at de gjerne kommer igjen. Elever fra 4. trinn – 10. trinn blir bedt om å skrive ned hva de vet om det aktuelle temaet når de kommer. Før de går hjem får de den samme oppgaven igjen. På disse ser vi tydelig om vi har lyktes med å nå fram til elevene eller ikke ved det aktuelle besøket.

Vi ønsker en kontinuerlig utvikling

Ved hvert besøk setter vi av tid til en refleksjonssamtale med alle de voksne involverte. Hva fungerte bra? Hvorfor ble Kari så ivrig? Hva var det som fikk Per til å engasjere seg mer enn vanlig? Hva fungerte ikke så bra? Hvilke grep bør vi prøve neste gang, i senteret eller ute i skolen, for at matematikkundervisningen skal bli enda bedre?

Det er viktig å påpeke at det er et mål å få i gang en diskusjon om god matematikkundervisning ved hvert besøk. Senteret skal være en treningsarena, en inspirasjonsarena og en forskningsarena, men utviklingsaspektet er også svært viktig.

Framtid?

Fortsatt er vi i en prosjektfase, og vi er avhengig av prosjektmidler fra ulike instanser for å komme videre. Målet vårt er at vi i løpet av et års tid skal være over i drift. Vi jobber derfor intenst dette skoleåret med å se på ulike modeller som gjør det mulig å drive senteret også i framtida, uten prosjektmidler.

Dessuten ønsker vi å konsentrere forskningen mot de utforskende aktivitetene og hvordan elever kan veiledes til å bygge bro mellom aktivitetene og den matematiske teorien.

Lærer elevene bedre ved bruk av stegark i matematikk?

Mona Røsseland og Ingvill Merete Stedøy-Johansen, Matematikksenteret

Mange skoler har begynt å arbeide etter såkalte stegarkmodeller i matematikk. Blant våre ressurslærere har det pågått en diskusjon angående bruken av slike stegark. Matematikksenteret mener det er viktig å diskutere både selve ideen med og bruken av slike stegark, og stiller spørsmål ved den faglige kvaliteten og didaktiske verdien av dem. Vi ønsker derfor å drøfte noen av problemstillingene her.

Det finnes mange ulike varianter av stegark og mange bruker begrepet *målark*. Det kan virke som om disse to begrepene brukes om hverandre, og mange mener de beskriver samme sak. Andre igjen har gjort et skille mellom dem. Uansett er begge varianter bygget opp ut fra et prinsipp om å tolke og finoppdele kompetansemålene i LK06 til mer spesifikke målformuleringer for hvert trinn. Hvis vi skal sette et skille mellom stegark og målark, kan det være at stegark-modellen setter kompetansemålene inn i nivåer eller steg. De følger da en ide om at elevene skal nå et kompetansenivå før de kan gå videre til neste nivå. Vi tolker målarkene som noe mindre rigide i forhold til dette med nivå, og at en da mener at kompetansemålene er noe som elevene skal nå i løpet av f.eks et årstrinn.

Det er veldig bra at det settes mer fokus på elevenes læringsmål. Evalueringer etter L97 viser at manglende faglig fokus på og sammenheng i læringsarbeidet har vært et svakhetstegn i norsk matematikkundervisning. Det blir da også hevdet at nettopp dette er den viktigste grunnen til Norges dårlige resultater i PISA og TIMSS (internasjonale komparative studier i barns matematikkunnskaper). Det viser seg at det er lite systematisk og oppsummert refleksjon rundt hensikten med de ulike aktivitetene i matematikkundervisningen, og det brukes lite tid til avrunding og oppsummering med elevene etter at aktivitetene er gjennomført. (Klette, 2003).

Stegarkene og målarkene har til hensikt å tydeliggjøre målene, noe som vil være til hjelp både for lærer, elev og foreldrene. En av våre ressurspersoner skriver følgende:

> ”Elevene og foreldrene ble opptatt av målarkene. De fikk en kopi som de hadde hjemme. Mange foreldre takket for målarkene og syntes at dette gjorde det lettere for dem å engasjere seg i barnas skolearbeid.”

Ideelt sett vil også de konkrete målformuleringene gjøre det lettere å kartlegge elevene, og ikke minst følge deres utvikling og dermed enklere gi tilpasset opplæring. Den store utfordringen er å lage målark som er i tråd med intensjonene i læreplanen. Det gjelder både i forhold til kompetansemålene og beskrivelsen av hvordan læring i matematikk samtidig skal bidra til utviklingen av de fem grunnleggende ferdighetene: lesing, muntlig, skriving, regning og digitale ferdigheter.

Gir stegark bedre tilpasset opplæring?

Det er lett å forstå at mange rektorer har grepet disse stegarkene så begjærlig, for nå kan de tilsynelatende på en enkel måte få bedre oversikt over hva elevene skal lære. Det ligger en forventning om at modellene kan gi god innsikt i hver enkelt elevs kompetanse. Men hvorfor er det da så mange matematikklærere som henvender seg til oss i fortvilelse over disse stegarkene? Er det fordi de har erfart noen ulemper med disse modellene som kanskje ikke er så enkelt å se for en som ikke kjenne matematikkfaget og målene med skolens matematikkopplæring? Det er ikke opplagt at rektorene vet hva som ligger i begrepet "kompetanse i matematikk" (Se Niss, M. 2002).

Vi skal her diskutere noen utfordringer med stegarkmodellene. Å lage en detaljert liste over hva elevene skal lære i matematikk er vanskelig, for ikke å si umulig. Faren er stor for at en lager forenklede modeller for elevenes faglige utvikling. For eksempel legger de stegarkene vi har sett stor vekt på fakta og ferdigheter, mens de så å si ikke nevner mer overordnete kompetanser som evne til problemløsning og kommunikasjon. Grunnen til dette kan være at det er mye lettere å konkretisere fakta og ferdigheter, og det er lett å lage oppgaver for å teste dem. Slike faktaorienterte stegark vil kun dekke deler av læreplanen. De vil ikke ha i seg et utvidet kompetansebegrep.

Stegarkmodellene bygger på en ide om at elevene utvikler sin matematiske kompetanse i fastlagte trinn eller steg. Da forventer en at elevene tilegner seg lærestoffet i en bestemt progresjon, først steg en, og så kan de gå videre til steg to. Dette bygger igjen på et fagsyn som sier at matematiske begreper, ferdigheter og forståelse må læres i en helt bestemt rekkefølge, noe som heller ikke medfører riktighet. Tanken er at elevene arbeider med det lærestoffet som til enhver tid samsvarer med det steget de befinner seg på. Dette blir beskrevet som tilpasset undervisning. Fra forskning vet vi at barns kompetanse i matematikk IKKE utvikles i identiske trinn. De ulike elevene følger svært ulike utviklingsveier. I en gruppe vil det derfor kunne være svært få som utvikler sin matematikkompetanse i den rekkefølgen som stegarkene foreskriver. Ved å knytte undervisningen svært tett til stegark, vil en dermed kunne oppnå at undervisningen ikke er tilpasset de enkelte elevenes utvikling. Altså det motsatte av hovedintensjonen med stegarkene.

Arbeid med stegark medfører også en stor fare for at matematikkopplæringen blir individualisert til fordel for læring i fellesskapet.

Etter Norges dårlige resultat på de internasjonale testene vi refererte til ovenfor, ble det satt i gang omfattende forskning for å finne mulige årsaker. Det viser seg at matematikkundervisningen i Norge preges av at elevene sitter mye og arbeider alene med oppgaver, såkalt stilleregning. Mens undervisningen i land som gjør det godt i disse testene i langt større grad kan beskrives med at elevene diskuterer matematiske problemstillinger med hverandre, styrt av læreren, og hører på at lærer forklarer og styrer undervisningsforløpet. Fordelen med den mer tradisjonelle klasseorganiseringen er at elevene kan lære av hverandre og at læreren får bedre anledning til å fungere som faglig leder, igangsetter og inspirator. I tråd med uttalelsene fra Haug (2006) som har sett på det meste som har vært gjort innen tilpasset opplæring i Norge, er det ingen grunn til å tro at det å bryte opp klassefellesskapet og la hver enkelt elev arbeide med individuelle oppgaver og lærestoff, automatisk gir tilpasset opplæring.

Forskning (Clark 1997) viser at god matematikkundervisning kan beskrives ved at lærerne gir en innledning til nytt fagstoff i samlet klasse/gruppe, og elevenes tidligere erfaringer hentes fram og fagstoffet knyttes til livet utenfor skolen. Læreren gir grundige forklaringer, som eventuelt utdypes ut fra elevenes respons. Han bruker varierte uttrykksformer for samme begrep og lar elevene utveksle erfaringer. Hver time og hver aktivitet blir oppsummert for å trekke fram og belyse de vesentlige matematiske poengene i det elevene har gjort. Alt dette er vanskelig eller umulig hvis elevene arbeider hver for seg eller i separate smågrupper.

Kan stegarkene hjelpe oss i arbeidet med å finne ut hvilken kompetanse elevene har, slik at vi kan veilede dem til å sette nye mål og gi tilpasset opplæring? En av våre ressurspersoner skriver følgende:

”… Men nå skal jeg altså bruke ”Jeg kan”-ark i undervisningen. Dette er satt opp som en vurderingsmåte vi må bruke. Elevene skal altså få disse arkene, og så skal de fargelegge gule eller grønne trafikklys ettersom de kan ulike ting delvis eller fullstendig. Rektor sier at vi skal se på disse stegarkene når vi lager mål i faget, for at elevene skal ”styres” mot grønt lys.”

Det er vanskelig å vurdere om en elev har nådd et mål eller ikke, siden det er mange faktorer som avgjør om en elev klarer å løse en oppgave. Vi vet at en del skoler har laget avkryssingsskjema for måloppnåelse, og at disse brukes blant annet i forbindelse med elevsamtaler. Det kan kanskje fungere fint, men vi har lyst til å beskrive en situasjon Mona opplevde i juni. Sønnen på niende trinn, skulle ha matematikktentamen, og hun skulle hjelpe han med forberedelsene. De gikk gjennom sjekklisten fra læreren og sønnen krysset svært velvillig av for ”Dette kan jeg” på alle målene. Han fikk 3 på prøven!

Det er ikke alle delene av den matematiske kompetansen som kan måles like lett. Det er vanskelig å vurdere tankestrategier i problemløsningsoppgaver, evnen til å se matematikk i praktiske situasjoner, evne til å omsette mer teoretisk matematikk til pratiske eksempler. Det kan også være vanskelig å finne ut om en elev virkelig har forstått eller om det bare er en teknisk ferdighet som er lært utenat, uten forståelse. For eksempel: En tredjeklassing mestrer oppstilte stykker med addisjon og subtraksjon med tresifrete tall uten tieroverganger. Men det er ikke sikkert han har knekket koden for posisjonssystemet. Det er en sjanse for at han ser hver kolonne isolert (hvis tallene er skrevet opp under hverandre) og adderer eller subtraherer tallene fra 0 til 9.

Når vi bruker stegark og målark, har vi et ønske om å finne ut om målene er nådd. Det kan da bli fristende å lage mål som lett lar seg teste. Dermed har vi med en gang redusert matematikkfaget til noe langt mindre omfattende enn det faktisk er. Faren er da at elevene oppnår dårligere og snevrere kompetanse i matematikk med stegark enn uten stegark, for de fleste vil legge undervisningen sin så tett opp til målene på stegarkene som mulig.

Konklusjon

Alle matematikklærere må tolke målene i læreplanen og finoppdele dem i ulike delmål. Dette må gjøres i lys av at målene er *kompetansemål*. Det må tas hensyn til at alle matematiske begrep og sammenhenger skal forstås, nødvendige ferdigheter skal læres og automatiseres, de ulike begrepene og ferdighetene skal kunne anvendes på nye og ukjente problemstillinger. Elevene skal lære å kommunisere matematiske ideer skriftlig og muntlig, og de skal kunne resonnere og tenke matematisk.

Hvis steg-/målarkene kan brukes til å gi lærerne bedre innsikt i læringsmålene er det bra, så lenge målene er omfattende og i tråd med læreplanen Det er ikke mulig hvis målene er kortfattede og forenklede, slik de ofte er når de skal fungere som mål som skal kunne testes på skriftlige prøver. *Det er meget uheldig, eller direkte læringshemmende, hvis målene plasseres i nivåer som man forventer at elevene skal følge.* Derimot er det bra hvis lærerne får økt innsikt i elevenes kompetanse. Dette krever mange former for vurdering, skriftlig og muntlig, individuelt og i grupper, av ferdigheter og problemløsning osv. En slik omfattende vurdering må inngå i undervisningen, ikke erstatte den.

Kildehenvisning

Clarke, D.M (1997 The changing role of the mathematics teacher. *Journal for Research in Mathematics Education,* 28 (3), 278–308.

Haug, P. (2006) *Begynneropplæring og tilpassa undervisning –kva skjer i klasserommet?* Caspar Forlag AS

(fortsettes side 60)

Gode, gamle kenguruoppgaver fra tidligere år

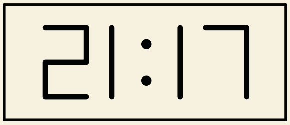
Anne-Gunn Svorkmo

Norge deltok i Kengurukonkurransen for første gang i 2005. Sverige var noe tidligere ute enn oss og var med allerede fra 2000. På nettsidene til NCM (Nationellt Centrum för Matematikutbildning) dvs. det svenske matematikksenteret, finnes kenguruoppgaver fra 2000 fram til 2004. Her er det mange fine oppgaver som for eksempel kan brukes som ukas nøtt, som samarbeidsoppgaver eller rett og slett for å trene til neste års konkurranse. Oppgavene på disse sidene må selvfølgelig oversettes før de kan brukes. Selv om oppgavene er delt inn i klassene Ecolier(4.–5. trinn) og Benjamin (6.–8. trinn), kan de brukes om hverandre. Flere av oppgavene finnes i begge oppgavesettene, men med ulik poenggiving. Merk at oppgave 1–6 i Ecolier er tre-poengsoppgaver, 7–12 er fire-poengsoppgaver og oppgave 13-18 er fempoengsoppgaver. Det samme gjelder for Benjamin, men da gjelder inndelingene for oppgave 1–8, 9–16 og 17–24.

Under er et utvalg av oppgavene fra denne perioden. Fasit er ikke merket på oppgavene slik at det er mulig å kopiere siden.

Ecolier 2003 oppgave 15

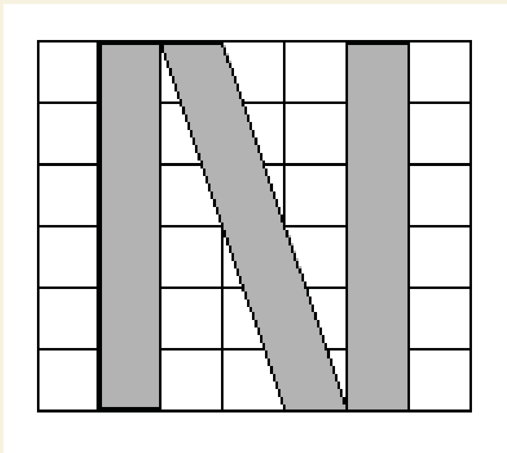
Torbjørn liker å regne ut siffersummen på den digitale klokka si. Når klokka er 21.17 blir siffersummen 2 + 1 + 1 + 7 = 11. Hva er den største siffersummen han kan få?



A: 12 B: 19 C: 24 D: 25 E: 36

Benjamin 2003 oppgave 4

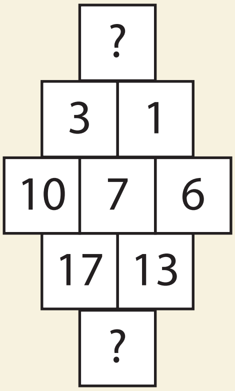
Om hver liten rute har areal lik 1 cm², hvor stort areal har bokstaven "N"?



A: 14 cm² B: 16 cm² C: 17 cm² D: 18 cm² E: 42 cm²

Benjamin 2002 oppgave 4

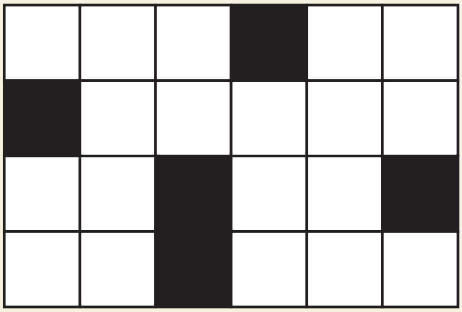
Hvilke tall skal settes inn i rutene med spørsmålstegnene?



A: 2 og 14 B: 2 og 30 C: 3 og 221 D: 4 og 14 E: 4 og 30

Ecolier 2004 oppgave 10

Vi vil at det skal være akkurat halvparten så mange svarte ruter som hvite. Hvor mange hvite ruter må vi fargelegge svart?



A: 2 B: 3 C: 7 D: 12 E: 19

Ecolier 2004 oppgave 16

Hvilket av regnestykkene under gir *ikke* samme svar som 671 – 389?

A: 771 – 489 B: 681 – 399 C: 669 – 391 D: 1871 – 1589 E: 600 – 318

Nytt for Kenguru 2008

Nå kan også elever på 8. trinn delta i konkurransen. De vil delta i klassen Benjamin. Påmelding skjer via nettsidene til Matematikksenteret. Det er mulig å melde seg på allerede nå og helt fram til konkurransen starter. Den internasjonale Kengurudagen er alltid den tredje torsdagen i mars. Til neste år er denne dagen sammenfallende med skjærtorsdag. Derfor blir første konkurransedag og oppstarten på Kenguru 2008 allerede 27. mars.

Mer opplysning om konkurransen finnes på Matematikksenteret sine nettsider: www.matematikksenteret.no. Gamle, gode kenguruoppgaver fra perioden 2000–2004 finnes på www.ncm.gu.se.

Fasit

Ecolier 2003 oppgave 15: C dvs. 24
Benjamin 2003 oppgave 4: D dvs. 18 cm^2
Benjamin 2002 oppgave 4: B dvs. 2 og 30
Ecolier 2004 oppgave 10: C dvs. 7
Ecolier 2004 oppgave 16: C dvs. 699 – 391

(fortsatt fra side 58)

Klette, K, (2003) *Evaluering av Reform 97. Klasserommets praksisformer etter Reform 97* Unipub AS

Niss, M. (2002) *Kompetencer og matematiklæring, Ideer og inspiration til udvikling av matematikundervisning i Danmark.* Uddanelsestyrelsens temahæfteserie nr 18, 2002

LAMIS

Landslaget for matematikk i skolen
v/Randi Håpnes
NTNU, Realfagbygget, A4
7491 Trondheim

post@lamis.no · www.lamis.no
Bankgiro: 7878 0500882 **Organisasjonsnr:** 980 401 103

Fra formålsparagrafen

Det overordnede målet for Landslaget for matematikk i skolen er å heve kvaliteten på matematikkundervisningen i grunnskolen, den videregående skole og på universitet/høyskole.

Landslaget skal stimulere til kontakt og samarbeid mellom lærere på ulike utdanningsnivåer og mellom lærere og andre som er opptatt av matematikk.

Organisasjonssekretær

Svein H. Torkildsen
svein.torkildsen@matematikk-senteret.no
+4773551125 / +4799560580

Styret for LAMIS

Fra barnetrinnet
Trine Foss Pedersen, Drammen
Kari Haukås Lunde, Bryne
Fra ungdomstrinnet
Grete Tofteberg, Våler
Hugo Christensen, Notodden
Fra videregående skole
Jan Finnby, Lillehammer
Sidsel Ødegård, Hundvåg (leder)
Fra høyskole/universitet
Lisbeth Karlsen, Vestfold
Kristian Ranestad, Oslo

Medlemskontingent

Skole/institusjon	580,–
Enkeltmedlem	330,–
Husstandsmedlem	150,–
Studenter	200,–

Tangenten inngår i kontingenten. (Gjelder ikke husstandsmedlemmer.)

080808

Merk deg datoen og sett av tiden fram til og med **11.08.08**. Da kan du delta på det 11. sommerkurset LAMIS arrangerer. Tittelen er ”Abelske spirer”.
Se nærmere omtale side xx

Lederen har ordet

Høsten er godt i gang, og mange av oss er nå ferdig med høstferien. Det har som vanlig vært en hektisk oppstart, og mye som skal på plass. Til glede for noen og forargelse for andre er de nasjonale prøver tilbake. De nasjonale prøver så dagens lys i 2005 og ble iverksatt i stor skala. Evalueringen i etterkant viste at disse ikke fungerte tilfredstillende. og det ble dermed bestemt at disse skulle forbedres. Denne høsten er de tilbake i sin nye form, og prøves ut på 5. og 8. trinn. Det som gjør det annerledes denne gangen er at det nå skal være en test i de grunnleggende ferdigheter, ikke kun en prøve i matematikk. Resultatene skal heller ikke offentliggjøres på samme måte som før. Eleven og foresatte får tilbakemelding som før, de har også krav på å få vite hvordan resultatene blir fulgt opp i opplæringen. Prøveresultatene på skolenivå vil bare være tilgjengelig for rektor og skoleeier. Bare resultater fra kommuner, fylker og hele landet vil offentliggjøres av Utdanningsdirektoratet. På denne måten vil vi unngå debatten som var rundt de forrige nasjonale prøver, der rangering av skoler ble et aktuelt tema i dagspressen.

La oss håpe at de nasjonale prøver nå blir benyttet pedagogisk. Den enkelte lærer og skole bør stille seg spørsmålet hvordan resultatene skal kunne brukes for å forbedre kvaliteten på opplæringen. Det er ikke godt nok å kartlegge kun for å kartlegge. Det er ikke nok å fastslå hvordan situasjonen er, men resultatene må brukes aktivt av den enkelte lærer for å kunne igangsette de rette tiltakene for økt læring. Mye tid og penger er brukt på disse prøvene, så la oss håpe de nå fungerer som de skal og blir brukt på den måten de er tenkt.

For oss i den videregående skole er ikke temaet nasjonale prøver aktuelt i år, men vi har likevel nok av utfordringer. Mange elever stiller nå med egne bærbare PC-er klar til å innta klasserommet og på vg1 skal de få gratis skolebøker. Det har vært store problemer med distribueringen, så frustrasjonen har vært, og er vel enda, stor. Vi må bare senke skuldrene og prøve å ikke la oss frustrere over de tingene vi ikke rår over selv. I forhold til PC bør vi stille oss de viktige spørsmålene *når* og *hvordan* skal vi bruke pc best mulig for å oppnå læring hos eleven. Her henviser jeg gjerne til C. Kirfel sin utmerkede leder i Tangenten 3/2007, der han tar opp mange av våre dagsaktuelle dilemmaer. Denne diskusjonen regner jeg med vil rulle og gå også i tiden som kommer. Når det gjelder lærebøker som skulle ha kommet, men som likevel ikke gjør det, er det lite vi kan gjøre med. Vi får bare våge å løsrive oss fra bøkene og undervise etter læreplanen. Med den tilgangen vi har på nett og PC-er, samt alle kreative matematikksjeler ute i skolehverdagen, skulle det være mulig å klare å oppnå målene i læreplanen også uten bøker. For videre inspirasjon kan jeg jo selvsagt henvise alle til både LAMIS og Tangenten, der vi har

(fortsettes side 72)

Åpent brev til lærerutdannerne

Organisasjonssekretær Svein H. Torkildsen

Vi har lagt nok et vellykket sommerkurs bak oss, og planleggingen av neste års sommerkurs er i full gang. Sommerkursene har beholdt samme mal gjennom alle år. Fellesforedrag og et variert utvalg av verksteder skal sørge for at det hver kursdag er noe å hente for alle. Det kan trygt sies å være spesielt når en ser på den bredt sammensatte forsamlingen som møtes til kurs. Deltakertallet har arbeidet seg jevnt og trutt oppover og ligger på omkring 200.

En varm takk

La meg først få rette en varm takk til de mange lærerutdannerne som har bidradd til at sommerkursene til LAMIS helt fra starten av har holdt høy kvalitet og har fått ord på seg for å være både sosialt hyggelige og faglig inspirerende. Selv betrakter jeg de mange lærerutdannernes bidrag som helt avgjørende og de første årene hadde vi neppe overlevd uten denne betydelige innsatsen.

En ønsket utvikling?

Etter hvert har flere praktiserende lærere fra ulike nivå i skolesystemet satt et sterkere preg på sommerkursene. Opprettelsen av Matematikksenteret og etableringen av et system med ressurspersoner har forsterket denne utviklingen. Mange av verkstedholderne er enten ressurspersoner eller praktiserende lærere som har samarbeidet med et høyskolemiljø og skaffet seg erfaringer de deler med andre gjennom et verksted. Fra en lærerutdanners synspunkt må det være en fryd å se en slik utvikling, og dere er mange som fortjener ros for at dere på denne måten fremstår som inspirerende og dyktige matematikere og didaktikere og slik indirekte bidrar til å holde liv i og videreutvikle både LAMIS og sommerkursene til LAMIS.

Men dere er savnet!

Noe har heldigvis skjedd med sammensetningen av kursdeltakere på de ti årene som er gått. Om jeg ikke husker helt feil, var det ca. 30 lærerutdannere og ca. 30 praktiserende lærere på det første sommerkurset. Det ble et mål å endre denne balansen. LAMIS sommerkurs skulle primært være for praktiserende lærere i grunn- og videregående skole. Kanskje har vi lykkes litt for godt? I alle fall er det en del deltakere som de siste årene har spurt meg hvor lærerutdannerne blir av. Visst er en del av dere til stede. Jeg talte snautt 20 på sommerkurset i år. Vi hadde gjerne sett flere av dere der. Og mange av dere har sikkert noe å bidra med gjennom verksteder.

En inderlig oppfordring

Vi hører fra tid til annen om utviklingsprosjekter der lærerutdannere i samarbeid med praktiserende lærere gjennomfører undervisningsopplegg av større og mindre omfang. Et av verkstedene på sommerkurset i 2006 presenterte et slikt opplegg. Lærerutdanneren Janne Fauskanger og lærer Marta Vassbø presenterte et opplegg knyttet til begrepene areal og omkrets. Denne type samarbeid er interessant. Vi får presentert et opplegg, og vi får belyst både selve opplegget og erfaringene fra gjennomføringen fra to sider: læreren som står midt i det praktiske, og lærerutdan-

(fortsettes side 65)

Forfattere søkes – skriftserien gir deg muligheter!

Organisasjonssekretær Svein H. Torkildsen

Den observante leser vil ha registrert at LAMIS er i gang med utgivelsen av en skriftserie. Dette er en kanal for å få publisert stoff som er for omfattende til en artikkel i Tangenten og for lite til å bli utgitt i bokform. Innholdet skal være prøvd ut i praksis, inneholde begrunnelser for valg og erfaringer fra gjennomføring.

Til nå har vi to hefter i serien:

- Erdal m. fl.: Å bruke tallinje – undervisningsopplegg med perlesnor og tom tallinje for småskoletrinnet. Skrift nr. 1, 2006.
- Arabali m. fl.: Utvikling av geometrisk kompetanse gjennom verkstedarbeid. Skrift 2, 2007.

Vi ønsker naturligvis ikke å stoppe med dette. Kanskje er nettopp du den som står bak neste skrift i serien vår?

Lærerutdanneren som talentspeider?

Begge de to første heftene er skrevet av erfarne lærere som har tatt videreutdanning i matematikk for barnetrinnet ved høgskolen i Oslo. I løpet av studiet har studentene utviklet et undervisningsopplegg som de har prøvd ut i praksis. Som vanlig er i slike studier, har studentene besvart en oppgave i tilknytning til opplegget. Denne besvarelsen er utgangpunkt for det som er blitt et hefte som LAMIS utgir i sin skriftserie. Heftene inneholder både begrunnelser for valg av aktiviteter, detaljerte beskrivelser av gjennomføringen og en vurdering av opplegget etter at det er gjennomført i praksis. Og det er også en god mal for innholdet i heftene vi ønsker å publisere.

Det fins sikkert mange slike besvarelser utarbeidet ved høyskoler og universitet som kan bli til et hefte som utgis i skriftserien til LAMIS. Og hvert år får nye studenter tilsvarende oppgaver å bryne seg på. Hvorfor ikke gjøre studenter som utmerker seg oppmerksom på muligheten for at det de skriver kan bli publisert? Kanskje det til og med kan være en ekstra motivasjon for å tilføre besvarelsen det lille ekstra som hever den opp til det nivået de to første heftene har. Vi utfordrer alle lærerutdannere til å være våkne og oppfordre studenter til å sende inn manus for vurdering. Det er da en fjær i hatten for høyskoler eller universitet som klarer å dyrke fram så dyktige studenter.

Lønn for strevet

LAMIS betaler for rettighetene til å utgi stoffet med et engangsbeløp. Avhengig av blant annet omfang på manus kan det dreie seg om beløp i størrelsesorden 15-30 000 kroner. Selv om det er tilfredsstillelse god nok å ha levert en gjennomarbeid besvarelse, sier de færreste nei takk til en kontant belønning for det en har arbeidet med.

Læreren som vil dele med seg

Det er selvsagt ingen forutsetning at du er student om du ønsker å bli forfatter i vår skriftserie. Har du et godt og gjennomprøvd opplegg som du vil dele med andre, er det bare å sende inn manus til vurdering. I tillegg til en god beskrivelse av oppleggene med aktuelle kopioriginaler, bør manus inneholde en generell omtale av oppleggene med begrunnelser for de valg som er foretatt. Vi forutsetter at det er snakk om opplegg som er prøvd ut i praksis, og at det derfor også er noen erfaringer fra gjennomføringen som forfatteren vil dele med leserne.

En samling med kortere opplegg knyttet til ett faglig eller metodisk tema vil også være av interesse. Har du for eksempel knekket brøkkoden, opplegget som gir elevene et godt utgangspunkt for brøkregningen, vil sikkert mange lærere bli svært så glade om de kunne få et skrift med det temaet. Har du noen eksempler på hvordan ulike deler av matematikken kan få en virkelighetstilknytning, kan nok det også bli et hefte i skriftserien.

Så hva gjør du da?

Har du utkast til et manus, sender du det til organisasjonssekretæren: svein.torkildsen@matematikksenteret.no

Styret vil så finne en eller flere personer som leser gjennom manus og gir deg tilbakemelding på det du har levert. Kanskje er manuset ditt så gjennomarbeidd at det bare er redaksjonelle tilpassinger som skal til før det kan gå i trykken. Kanskje blir du bedt om å gjøre noen endringer før manus kan bli antatt. Men du kan nok også oppleve at styret ikke synes ditt manus passer inn i skriftserien.

Organisasjonssekretæren har det redaksjonelle ansvaret for godkjente manus og sørger for at det blir trykt og lagt ut for salg. Og da er det snart på vei en hyggelig utbetaling til deg!

(fortsatt fra side 63)

neren som kan betrakte det hele med litt mer distanse. Dette gir grunnlag for en bredere og grundigere drøfting av opplegg og gjennomføring. Det må da være flere som har tilsvarende å bidra med?

Verkstedene våre er i stor utstrekning basert på aktivitet. I tråd med den vekten LK06 legger på kompetanser, bør vi også på verkstedene i sterkere grad vektlegge den didaktiske refleksjonen i etterkant av aktivitetene. Her vil dere som lærerutdannere har mye å tilføre verkstedene våre om dere opptrer som aktive verkstеddeltakere. Vi skal vel heller ikke se helt bort fra at dere kan få en og annen god ide som dere kan utnytte i deres egen praksis som lærerutdannere? Det ville undre meg om ikke også en lærerutdanner kan bli inspirert av en dyktig lærer. På sommerkursene til LAMIS treffer dere mange slike! Det jeg prøver å si, er at dere rett og slett også bør ha en egen interesse av å delta på kursene.

Selv om det er en del av arbeidet deres å holde kontakt med øvingslærere lokalt og veilede studenter i tilknytning til praksis, har dere sikkert noe å hente på å utvide bekjentskapskretsen. Oppfordringen blir derfor enkel: La oss få møte riktig mange av dere 080808 i Sandnes. Og for all del, la oss få nyte godt av den kompetansen dere har.

Seminarer for lokallagsledere

Organisasjonssekretær Svein H. Torkildsen

LAMIS er etter hvert blitt en stor organisasjon med mer enn 4000 medlemmer. Aktiviteten er så stor at det er blitt behov for en organisasjonssekretær. Organisasjonen vår står naturlig nok overfor andre utfordringer enn de som var aktuelle da ryggraden i LAMIS var en liten flokk entusiaster som kjente hverandre godt. Nå har vi mange forholdsvis nye medlemmer som gjør et solid arbeid på lokalplanet. Menge kaster seg ut i arbeidet uten særlig erfaring og drar i gang aktiviteter de selv finner interessante.

Organisasjonsbygging

Dette har mange steder blitt en styrke for LAMIS. Men samtidig lurer disse medlemmene på hva som foregår andre steder. Og hvem er disse andre? Medlemmer av sentralstyret kan stille seg de samme spørsmålene, og med et overordnet ansvar for driften av organisasjonen er det en klar fordel at også styret har så god kontakt som mulig med det som skjer på lokalplanet. Et visst kjennskap til personene i lokallagstyrene letter kommunikasjonen. Vi vet alle hvor mye lettere det er når en har "et ansikt" å forholde seg til. Dette gjelder ikke minst organisasjonssekretæren som etter hvert har overtatt den regelmessige kontakten med lederne av lokallagene. Og spørsmålene kommer: Hva kan vi gjøre? Hvordan kan vi gjøre det? Kjenner du noen som er gode på juleverksted? Hvert spørsmål er et sunnhetstegn. En overordnet utfordring for styret ble da: Hva kan vi gjøre for å bygge organisasjonen slik at vi står best mulig rustet til å møte slike utfordinger. Internettsiden er ett bidrag, men de personlige relasjonene blir ikke godt nok ivaretatt på den måten.

Seminarer som verktøy

Fram til dette året har korte og intense møter for representanter fra lokallagene vært presset inn i tettpakkede sommerkursdager. Hvert lokallag har fått dekket utgifter til en representant på årsmøtet. Dette har på langt nær dekket behovet sentralstyret og (de fleste) lokallagsrepresentanten har kjent på.

Seint i vår inviterte styret til det første seminaret for styremedlemmer i lokallagene. Seminaret ble avviklet ei helg i begynnelsen av juni. Sundvolden Hotell ved Tyrifjorden bød på utmerkede forhold for en type samling som dette. På tross av et ugunstig tidspunkt møtte ca. 30 representanter fra 14 lokallag sammen med styret og organisasjonssekretæren. Her ble det lagt opp til drøftinger om virksomheten til LAMIS, og styret fikk en rekke innspill å arbeide videre med. Lokallagsrepresentantene fikk en innføring i hvordan de kan redigere sin egen lokallagsside. Samtlige deltakere var enige om at dette var noe å bygge videre på, og anbefalingen til styret var at dette bør bli en årlig tradisjon. Men en må legge seminaret til et tidspunkt som er gunstigere for flere.

Mens dette nummer er inne i siste fase i produksjonsprosessen er representanter for lokallagene igjen samlet til seminar. Denne gangen på Thon hotell Arena på Lillestrøm. Etter innspill fra deltakerne blir det denne gangen gitt orienteringen om sentralgitte prøver. Et tema mange er opptatt av nå som de første eksamener etter LK06 snart står for døren. Det settes også av tid til arbeid med lokallagsidene på internett. Her kan de usikre få kyndig hjelp, og vi kan drøfte gode organiseringer av innholdet på sidene. Det bør være slik at disse er tilnærmet like i struktur, slik at det er lett for besøkende å orientere seg i innholdet.

Verdt pengene!

Det er naturligvis betydelige utgifter knyttet til et slikt arrangement. En rekke mennesker skal fraktes til Lillestrøm, innkvarteres på hotell og få den mat og drikke denne entusiastiske flokken fortjener. Uten den innsatsen disse folkene legger for dagen, vil LAMIS svinne hen. Og styret vil at alle disse skal føle at de er verd kostnaden og vel så det. Vi har tro på verdien av å kjenne tilknytning til organisasjonen. Og seminarene bidrar i sterk grad til det.

Lokallag Nedre Buskerud

Inger-Lise Risøy

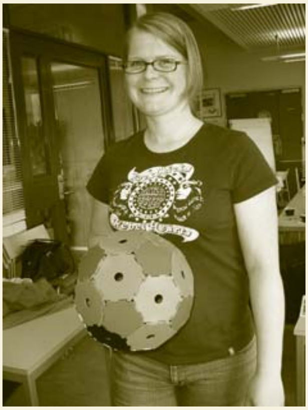
”Studietur” til Matematikksenteret i Trondheim

Styret bærer preg av å ha en morsom og glederik dag.

Lokallaget i Nedre Buskerud fikk en e-post fra Mona Rösseland i fjor med følgende forespørsel: Kan dere tenke dere å lage heftet for matematikkens dag 2008? Det var med blandede følelser vi diskuterte dette på styremøtet. Hadde vi kapasitet til å ta på oss et såpass stort oppdrag? Etter litt diskusjoner fram og tilbake, sa vi ja til det spennende og ærefulle oppdraget. Vi var 7 i styret og valgte å fordele arbeidet mellom oss. Vi kikket på tidligere hefter, og bestemte oss for hovedtemaer som vårt hefte skulle inneholde. Det var viktig at arbeidet ikke skulle slite oss ut, så emnene ble fordelt ut fra interesseområder. Frister ble laget, og vi var nøye med å overholde dem.

En morsom prosess

Arbeidet med heftet ble en morsom prosess med utprøving av opplegg underveis. Vi hadde mange gode faglige diskusjoner og refleksjoner. Det var nødvendig med vurderinger av



Lederen, Tine Foss Pedersen, måtte bare lage en fotball med JOVO-brikkene …

oppleggene, og vi leste hverandres oppgaver for å sikre oss at andre forsto instruksjoner og oppgavetekst. Vi måtte også sikre oss at vi hadde nok stoff og oppgaver til hele heftet. Vi hadde satt oss en tidlig tidsfrist, og i juni 2007 kunne vi sende manuset til Svein Torkildsen til vurdering og korrekturlesing.

Lønn for strevet

Vi fikk penger fra LAMIS for å lage heftet, men med sju medlemmer i styret ble det ikke mye penger på hver. Vi undersøkte om pengene kunne brukes til studietur. Det fikk vi klarsignal for, og dermed begynte vi å leke med tanken om å dra på studietur. Valget falt på Trondheim og Matematikksenteret. Vi satset på å få matematisk inspirasjon som kunne overføres til arbeidsplassen vår i ettertid. Alle sju fikk fri fra arbeid en dag med lønn. I slutten av august i år dro hele styret til Trondheim. Vi fikk en dag på matematikksenteret sammen med Svein. Heftet ble ferdig diskutert og redigert. Det viste seg at vi hadde et luksusproblem. Vi hadde alt for mye stoff. Etter en times drøfting med Svein var vi i boks, og heftet for 2008 var ferdig fra vår side. I ettertid har vår kasserer tatt på seg arbeidet med å oversette elevarkene til nynorsk.

Hanne Kristensen og Randi Nysether utforsker Geomag.

Tema matematikkrom

På senteret fikk vi en flott og interessant gjennomgang av matematikkrommets innhold av Svein. Vi fikk råd om hva som var lurt å ha på et matematikkrom – basismateriell og annet materiell. Tiden var nå inne for undersøkelse av rommet. Vi åpnet skuffer, kikket, tok bildet, forsket og diskuterte opplegg. Vi måtte stadig bortom Svein for å spørre om ting – som for eksempel da vi fant runde terninger! Hmmm….hva er definisjonen av en terning? Kan en terning være rund? Her måtte vi ty til Svein – og vi ble i hvert fall litt klokere.

Kunnskap og hygge

I løpet av helgen i Trondheim fikk vi tid til både god mat og drikke, sosialt samvær med flere fra Matematikksenteret og shopping. Og shoppingen frydet selvfølgelig damene i styret. 6 av 7 medlemmer gir som en kan forstå sterke føringer på hva som må inn på programmet ved en slik anledning.

Det ble en skikkelig morsom og sosial tur med et flott faglig utbytte. Vi i styret ble bedre kjent, samtidig som vi også ble bedre kjent med flere av de ansatte på Matematikksenteret. Dette var en veldig fin måte å bruke pengene vi fikk for å lage heftet til Matematikkdagen 2008 på.

Matematisk modellering for videregående skole

LAMIS-kurs for lærere i Vestfold

Tor Andersen – Matematikksenteret

Fokus på matematisk modellering i Kunnskapsløftet

Fredag 27.april 2007 deltok et førtitalls lærere i videregående skole i Vestfold på et dagskurs i matematisk modellering. Kurset fant sted på Horten videregående skole og kursansvarlig var LAMIS. Svein H. Torkildsen og Tor Andersen sto for program og gjennomføring. Den store interessen for kurset gjenspeiler tydelig den sentrale plassen matematisk modellering har i læreplanen i matematikk i Kunnskapsløftet. Kursansvarlige brukte god tid til å diskutere intensjonene i læreplanen rundt teamet om matematisk modellering.

Motivasjon for å arbeide med modeller

Men hva svarer vi når elevene spør: Er matematisk modellering viktig? Kan matematisk modellering brukes til noe? Sjelden har vi vel flere og bedre svar å gi. For eksempel:

I Statoil-Hydro arbeider det matematikere som modellerer oljebrønner og seismiske logger. Matematikere arbeider med teoretiske og numeriske modeller for naturvitenskapelige fenomen, for eksempel innen modellering av bølger, fiskepopulasjoner og proteindata. Vi bruker matematiske modeller til å beskrive enzymer og til å klassifisere ulike krefttyper. Forskere modellerer jordskjelv for å prøve å forutsi og for å se på virkningene av nye skjelv. Oseanografer modellerer fenomener som skjer eller kan skje i havet. Tsunamimodellering er blitt en av de viktigste oppgavene de arbeider med. Kort sagt - det ligger matematiske forklaringsmodeller bak alle naturvitenskapelige fenomener og høyteknologiske produkter.

Ikke bare på cat-walken

Men vi matematikklærere får som vanlig ikke drahjelp fra media. Snarere tvert i mot. Media er mer opptatt av rumpa til en eller annen idoldeltaker enn av en høyteknologisk industri som hungrer etter matematikere som kan modellere. I media blir det dessverre gitt inntrykk av det bare er modeller på cat-walken som er etterspurt. Ikke rart at mange ungdommer trodde Abelåret var til ære for Morten Abel.

Erfaringsutveksling

Kursdeltakerne i Horten utgjorde en meget erfaren forsamling av matematikklærere i videregående skole og hadde god forutsetning for å delta i en fruktbar erfaringsutveksling knyttet til temaet. Vi tenkte høyt og diskuterte blant annet formålet med matematisk modellering. Hva bør vektlegges under arbeid med matematisk modellering i matematikktimene? Hvordan skal vi organisere undervisningen når vi arbeider med modellering?

Hva må til?

Vi ble enige om at det ikke er tilstrekkelig at læreplaner og lærebøker tilrettelegger for undervisning av anvendelser og matematisk modellering. Det er helt avgjørende at intensjonene i læreplanen blir gjenspeilet til eksamen. Videre må lærernes kompetanse i matematisk modellering utvikles. Lærerne må i tillegg lære hvordan de på best mulig måte kan vurdere elevenes arbeid på dette området.

En myte ble avlivet

Medarbeider Svein H. Torkildsen greide på en utmerket måte å avlive myten om at elevene må arbeide med noe som angår dem personlig for at det skal være motiverende. Problemstillinger knyttet til bilimport, kommunale avgifter, tidevann, pumpehus og alkohol i blodet er i utgangspunktet fjerne eksempler for de fleste ungdommer. Men innenfor varierte kontekster kan en dyktig pedagog hjelpe elevene med å omdanne problemstillingene til sine egne. Forutsetningen er at elevene må ha anledning til å velge og samtidig få tid til å gå i dybden av problemstillingen. Læreren må være beredt til å fylle på med informasjon når eleven etterspør det.

Fra start til mål

Kursdeltakerne i Horten fikk oppleve modelleringsprosessen fra start til mål. Lærerne koste seg med Barbiedukker som hoppet i strikk og tok innimellom en slurp kaffe i oppgaven om avkjøling av – nettopp kaffe. Begge disse eksemplene er hentet fra Rossing og Øren: ”Matematisk modellering – et idéhefte”, Skolelaboratoriet NTNU, 2006. Vi regner med at Vestfoldlærerne tok med seg den gode stemningen inn i egne klasser når elevene skulle gjennomføre tilsvarende stunt. Bruk av digitale verktøy gikk som en rød tråd gjennom hele den praktiske økten.

Kritikk

Modellkritikk står sentralt i arbeidet med en modell, og det er viktig å være seg bevisst om vi har for oss en deskriptiv eller en normativ modell. Deskriptive modeller beskriver et fenomen eller en situasjon. Her må vurderingen gå på om modellen tar hensyn til alle viktige faktorer som har innvirkning på fenomenet eller situasjonen. Normative modeller som for eksempel hvordan avisbudets lønn skal beregnes eller hvordan stortingsrepresentantene skal fordeles mellom partiene, er uttrykk for menneskelige vurderinger. Her må vurderingen gå på om vi synes modellen er rettferdig eller om det er noen som er godt behandlet og andre dårligere behandlet.

Nye krav til undervisningen

Matematisk modellering stiller nye krav til undervisningen. Elevene må i stor grad være den aktive og skapende part. De må analysere situasjonen og oversette den til det matematiske språket. De må gjøre beregninger med denne modellen, og de må vurdere og tolke resultatene de kommer fram til. Dette er krevende prosesser og det er viktig at problemene som stilles, har et realistisk innhold og at det skapes et arbeidsmiljø som bygger opp under denne arbeidsformen.

Gevinsten

Dersom vi lykkes, vil forhåpentligvis modellering virke berikende for undervisningen i matematikk. Modellering kan bidra til å gjøre matematikk til et fag som kan brukes til å studere situasjoner fra verden omkring elevene - og dermed bli et fag som blir oppfattet som mer relevant. Men vi må ikke glemme myten som ble avlivet. Lykke til med matematisk modellering.

Interessant?

En kortversjon av kursopplegget er benyttet som tema på et medlemsmøte i lokallaget i Rogaland. Virker dette interessant for flere lokallag, kan en ta kontakt med organisasjonssekretæren for avtale om et kurs med dette temaet.

Sommerkurskomitéen 2008 har landet!

Sommerkurset 2008 skal som mange allerede vet arrangeres av Rogaland sitt lokallag. Tidspunkt er satt til 080808-110808. Vi har vært i fyr og flamme og hatt visjoner som har berørt himmelen. Kurset skal avholdes i Sandnes (som *er* en by ja).

I 2008 åpner Vitenfabrikken – et populærvitenskapelig opplevelsessenter for teknologi og realfag, med utstillingen ABELS SKISSEBOK (se egen artikkel side 72). Vi ser derfor en gyllen mulighet til at Rogaland avholder arrangementet nettopp dette året. Vitenfabrikken har sin representant i komiteen og vi vil samarbeide med dem. En del av arrangementene vil foregå i lokalene til Vitensenteret.

Da vi tok på oss å arrangere sommerkurset var det med tanke på at Rogaland har så mye. Vi har universitet, oljen og alle gründerne på Jæren. Det skulle være mange som ønsket å støtte oss. De har skrevet mye i media om hvor viktig matematikkfaget i skolen er for nettopp fremtidig rekruttering til oljenæringen og resten av næringslivet. Mange fine ord, men når det kom til stykket var de ikke interessert i å støtte dette kurset for lærere. Så i søken etter sponsormidler har vi kommet oss lengre ned mot jorden.

Så fikk vi besøk av organisasjonssekretær Svein H. Torkildsen. Han himlet nok litt med øynene da han kommenterte noen av ønskene våre og sa at vi ikke måtte lage oss mer arbeid enn nødvendig. Så programmet ser i skrivende stund mer edruelig ut enn det vi først fabulerte om.

Hovedbasen vår blir Quality Hotel Residence i Sandnes. Det ligger sentralt plassert i forhold til jernbanen og det er i gåavstand til vitenfabrikken. Hotellet er et konferansehotell, har både mange og gode lokaler for både plenumsforedrag og verksteder. Vi har vel mer eller mindre booket hele hotellet for å kunne huse mange og ivrige sommerkursdeltagere.

Arbeidstittel på kurest er: ABELSKE SPIRER - matematikk fra universitet til barnehage.

Hva plenumsforedragene angår er det ønskelig å invitere kapasiteter av nasjonal og internasjonal størrelse. Interessante og nytenkende vinklinger på plenumsforedragene er ofte med å bidra til at folk ønsker å delta på sommerkursene.

Komiteen har vært i kontakt med bidragsytere vi anser som sentrale og solide formidlere. Av de som har sagt ja til å komme så langt er Inge Brigt Aarbakke, Raymond Bjuland og Elin Reikerås.

Når det gjelder verkstedene har vi vært i kontakt med en del folk, både LAMIS-medlemmer og andre. Vi ønsker selvfølgelig å gi et variert tilbud til alle gruppene av medlemsmassen. Skulle du sitte på et opplegg som kan være gull verdt for andre lærere, ja da må du ta kontakt med Kurt Klungland (kurt.mikal.klungland@samfundet.org). Vi vil så vurdere om ditt opplegg passer inn i vår profil.

For sommerkurskomiteen 2008,
Kristin Hegdahl Jørgensen

Abels skissebok

Abels skissebok vil utforske sammenhenger mellom matematikk, vitenskap, teknologi og kunst. Prosjektet består av en interaktiv utstilling, formidlingsopplegg, arrangement i 2008, og forskjellige samarbeidsprosjekt. Barn og unge er vår hovedmålgruppe, og prosjektet utvikles i nært samarbeid med skoler og universitet så vel som kunstnere, forskere og næringslivet.

Prosjektet er oppkalt etter matematikeren Niels Henrik Abel, Norges fremste vitenskapsmann noensinne. Du vil møte ham når du kommer inn i Vitenfabrikken og han vil følge deg gjennom utstillingen. Vinneren av Abelprisen i 2008 vil åpne prosjektet.

Interaktiv utstilling – åpner i mai 2008

Hjørnesteinen i prosjektet er en interaktiv utstilling som presenterer grunnleggende fenomen innen vitenskap, teknologi og matematikk – med et særskilt fokus på kunst. Kunst og vitenskap er komplementære redskap i vår søken etter å forstå verden, å forstå oss selv og samfunnet vi lever i. Utstillingen åpner 22. mai 2008.

I første etasje vil fokus være på selve menneskekroppen som material og redskap. Hva er sammenhengen mellom genene, hjernen og det å skape kunst?

I andre etasje flyttes fokus mot den forlengelse av kroppen som må til for å skape kunst. Forlengelse i form av forskjellige materialer og redskap (teknologi).

Mål

Vårt hovedmål er å øke interessen for teknologi, vitenskap og matematikk *som et redskap for sosial bevissthet og engasjement*. Vi vil fremme en forståelse for sammenhenger mellom matematikk, vitenskap, teknologi og kunst – i fortid, nåtid og framtid.

Jærmuseet avdeling Vitenfabrikken

Abels skissebok vil være åpningsutstillingen til Vitenfabrikken, et nytt vitensenter under oppføring i Sandnes. Vitensenteret vil også ha et nytt og fullt utstyrt *planetarium* – Umoe planetariet. Vitenfabrikken er en ny avdeling av det regionale Jærmuseet.

(fortsatt fra side 62)

tilgang på mange gode ideer.

LAMIS arbeider videre med sine satsningsområder. I den sammenheng følger sentralstyret opp suksessen fra juni, og arrangerer et nytt seminar for lokallagsstyrene i november. Det betyr at alle lokallagene inviteres til å stille med inntil fire personer fra lokallagstyret, til en samling på Lillestrøm første helg i november. Sentralstyret ser nytten av samarbeid på tvers av lokallagene og ønsker å gjøre dette til en årlig tradisjon. Der vil vi diskutere temaer for lokallagsmøter, hva som skal til for å lykkes med lokallagsarbeidet. Vi håper og tror at dette vil komme til nytte og glede for alle dere medlemmer i lokallagene over hele landet.