Niels Henrik Abels matematikkonkurranse
Første runde 2018–2019

8. november 2018 (nynorsk)

ABEL KONKURRANSEN

Ikkje bla om før læraren seier frå!

I den første runden av Abelkonkurransen er det 20 fleirvalsoppgåver som skal løysast på 100 minutt. Berre eitt av dei fem svaralternativa er rett. Skriv svara i skjemaet nede til venstre.

Du får 5 poeng for rett svar, 1 poeng for blankt svar og 0 poeng for gale svar. Det gir ein poengsum mellom 0 og 100. Dersom alle svara er blanke, får du 20 poeng.

Ingen andre hjelpemiddel enn kladdepapir og skrivereiskapar (inklusive passar og linjal, men ikkje gradskive) er tillatne.

Når læraren seier frå, kan du bla om og ta til med oppgåvene.

Fyll ut med blokkbokstavar

Namn		Fødselsdato
Adresse		Kjønn K ☐ M ☐
Postnr.	Poststad	
Skule		Klasse
☐	Set kryss om du tillét at vi set namnet ditt på resultatlista. (Vi publiserer uansett berre resultat for den beste tredelen.)	

Svar

1		11	
2		12	
3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	
10		20	

For læraren

Rette: ☐ · 5 = ☐

Blanke: + ☐

Poengsum: = ☐

Oppgåve 1

På ein restaurant kan ein velje mellom fire ulike forrettar, fem ulike hovudrettar og fem ulike dessertar. Kor mange forskjellige tre-retters middagar kan ein bestille her?

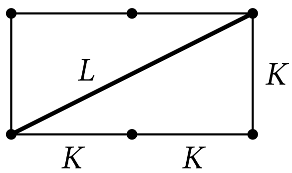
A 3 B 14 C 29 D 100 E 125

Oppgåve 2

Dersom $\tau = 2\pi$, kva for eit av desse uttrykka er lik arealet av ein sirkel med radius 1?

A τ B $\dfrac{\tau}{2}$ C τ^2 D $\dfrac{\tau^2}{4}$ E 2τ

Oppgåve 3



Eit byggesett inneheld korte (K) og lange (L) stavar og eit vis å festa dei inntil kvarandre. Først lagar du eit rektangel der den eine sida består av éin kort stav og den andre sida består av to korte stavar. Du legg merke til at den lange staven akkurat passar langs diagonalen. Deretter lagar du eit rektangel der den eine sida består av éin lang stav og den andre sida består av to lange stavar. Kor mange korte stavar får du no plass til langs diagonalen?

A 4 B 5 C 6 D 7 E ikkje eit heilt tal

Oppgåve 4

Brøken $\dfrac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$ kan forenklast til

A $\dfrac{4}{3}$ B $\dfrac{3}{2}$ C $\sqrt{2}$ D $1+\sqrt{2}$ E ingen av desse

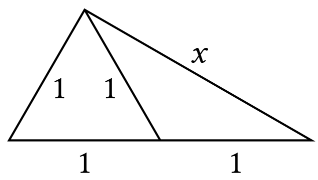
Oppgåve 5

Likninga $2^{x+1} + 2^{x-4} = 5^2 + 2^{x-1}$ har løysinga:

A $x = \frac{1}{2}$ B $x = 1$ C $x = 2$ D $x = 3$ E $x = 4$

Oppgåve 6

Kva er verdien av x i figuren?



A 1 **B** $\sqrt{2}$ **C** $\sqrt{3}$ **D** 2 **E** $\sqrt{5}$

Oppgåve 7

Kva for eit av desse tala er ikkje eit primtal?

A 2^4+1 **B** 2^8+1 **C** 100^2-99^2 **D** $2\cdot3\cdot5\cdot7+1$ **E** $2\cdot3\cdot5\cdot7-1$

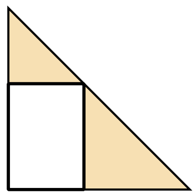
Oppgåve 8

På kor mange vis kan ein skrive 210 som produktet av tre forskjellige positive heiltal? Vi tar ikkje hensyn til rekkefølgja, så $3\cdot7\cdot10$ og $10\cdot3\cdot7$ vert ikkje rekna som forskjellige.

A 6 **B** 9 **C** 10 **D** 13 **E** 19

Oppgåve 9

Ein rettvinkla, likebeint trekant har areal 72. Eit rektangel er innskrive med to sider langs trekantens katetar og eit hjørne på hypotenusen. Dei to små trekantane har til saman areal 40. Kva er lengda til den kortaste av sidene i rektangelet?



A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** ingen av desse

Oppgåve 10

På ei hylle framfor deg står det ei rekke glas. Du legg éi ert i det første glaset. I det neste glaset legg du tre erter, så glas nummer to inneheld to fleire erter enn det første glaset. I det tredje glaset legg du fire erter fleire enn i glas nummer to, og i det fjerde glaset legg du åtte fleire erter enn i glas nummer tre. Slik held du fram med å doble forskjellen i talet på erter frå eit glas til det neste. Talet på erter du må legge i glas nummer n er da lik

A $2n - 1$ B $n^2 - n + 1$ C $3^{n-1} - (n-1)(n-2)2^{n-3}$ D $2^{n-1} + 2^{n-2}$
E $2^n - 1$

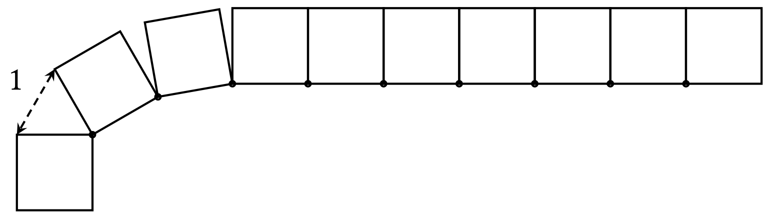
Oppgåve 11

Ein klasse består av seks gutar og sju jenter. På kor mange vis kan ein sette saman ei gruppe dersom ho skal bestå av fem personar og minst éin av kvart kjønn?

A 1245 B 1260 C 1276 D 4096 E 6930

Oppgåve 12

Ti kvadrat med sidelengd 1 ligg etter kvarandre, hekta saman i sine nedre nabohjørne. Vi roterer kvadrata slik at dei øvre nabohjørna får avstand 1 frå kvarandre.



Før vi har rotert alle kvadrata, har vi kome heilt rundt slik av det neste kvadratet vil overlappe det første. Vi fjernar dette kvadratet og alle etter det. Kor mange kvadrat står vi da att med?

A 5 B 6 C 7 D 8 E 9

Oppgåve 13

I landet Finansia bruker dei tre typar myntar. Desse har verdi 7 kr, 8 kr og 9 kr. Sjølv om ein har tilgang til eit ubegrensa tal myntar, er det nokre summar ein ikkje kan lage, f.eks. 11 kr. Kva er den største heiltals-summen ein *ikkje* kan lage ved å legge saman slike myntar?

A 13 kr B 19 kr C 20 kr D 25 kr E større enn 25 kr

Oppgåve 14

I første runde i Abelkonkurransen er det tjue oppgåver. For kvar oppgåve får ein fem poeng dersom ein svarar riktig, eitt poeng dersom ein ikkje svarar, og null poeng for å svare feil. På Lurholmen VGS deltar alle elevane i Abelkonkurransen, og ingen av elevane får same poengsum. Kva er det største talet elevar som kan gå på Lurholmen VGS?

A 80 B 94 C 95 D 97 E 100

Oppgåve 15

På kor mange vis kan vi dekke eit 3×10 rutenett med ti identiske brikker av storleik 3×1?

A 28 B 30 C 89 D 120 E 243

Oppgåve 16

Kor mange reelle tal x mellom $1/5$ og 5 er slik at både $x + 1/x$ og $x^2 + 1/x^2$ er heiltal?

A 10 B 9 C 8 D 7 E 6

Oppgåve 17

Kor mange gongar finst faktoren 2 i primtalsfaktoriseringa til talet $2018! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2018$?

A 2000 B 2004 C 2007 D 2011 E 2018

Oppgåve 18

For kor mange heiltal $n \geq 1$ er uttrykket $3^n - n^2$ eit primtall?

A 1 B 2 C 3 D 4 E fleire enn 4

Oppgåve 19

Konstantane a, b, c og d er alle ulike 0. To førstegradsfunksjonar f og g er gitt ved likningane $f(x) = ax + b$ og $g(x) = cx + d$. Dersom du får oppgitt at $f(d) = g(b) = 0$, kva kan du da seie sikkert om f og g?

A f og g er same funksjon.
B Grafane til f og g er parallelle linjer.
C Grafane til f og g står vinkelrett på kvarandre.
D Dersom ein speiler grafen til f om linja $y = x$ får ein grafen til g.
E Ingen av dei øvrige påstandane er nødvendigvis sanne.

Oppgåve 20

I eit gitt land har alle storbyane ein flyplass, men kvar flyplass har direkte flyforbindelse med høgst tre andre storbyar. Alle direkteforbindelsar er toveis. Samtidig kan ein kome seg mellom to vilkårlige storbyar med høgst éi mellomlanding. Kva er det største mulige talet storbyar i landet?

A 8 B 9 C 10 D 12 E 13

Løysingane blir lagde ut 9. november kl. 17:00 på
abelkonkurransen.no