Niels Henrik Abels matematikkonkurranse
Andre runde 2018–2019

10. januar 2019 (bokmål)

ABEL KONKURRANSEN

Ikke bla om før læreren sier fra!

Abelkonkurransens andre runde består av 10 oppgaver som skal løses i løpet av 100 minutter. Svarene er heltall fra og med 0 til og med 999. Skriv svarene nede til venstre på skjemaet.

Du får 10 poeng for riktig svar og 0 poeng for galt eller blankt svar. Det gir en poengsum mellom 0 og 100.

Ingen andre hjelpemidler enn kladdepapir og skriveredskaper (inklusive passer og linjal, men ikke gradskive) er tillatt.

Når læreren sier fra, kan du bla om og begynne på oppgavene.

Fyll ut med blokkbokstaver

Navn		Fødselsdato
		Kjønn K ☐ M ☐
Skole		Klasse
Statsborgerskap	Epost	Mobiltelefon

☐ Sett kryss om du deltok i runde 1 **på nett**.

☐ Sett kryss om du godtar at vi setter navnet ditt på resultatlisten. (Gjelder kun de beste resultatene, ca. topp 33%.)

Svar

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

For læreren

Riktige: ☐ $\cdot$ 10 = ☐

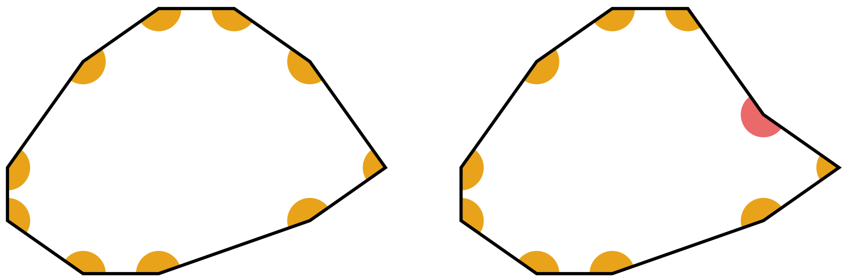
Oppgave 1

Kalle kanin skal hoppe opp en trapp som har 12 trinn. Han hopper enten ett eller to trinn av gangen, og han hopper aldri ned igjen. På hvor mange måter kan han hoppe til toppen av trappen?

Oppgave 2

Alle vinklene i en konveks tikant *ABCDEFGHIJ* måles i grader, og alle vinkelmålene er heltall. Hva er den minste mulige verdien av $A + B + C + D + E$?

Den venstre tikanten i figuren er konveks. Den til høyre er ikke konveks.



Oppgave 3

Andregradspolynomet P tilfredsstiller $P(1) = 1$, $P(2) = 8$ og $P(3) = 27$. Hva er verdien av $P(-9)$?

Oppgave 4

Nils skriver opp det 90-sifrede heltallet 987654321...987654321 på en tavle, altså med 987654321 ti ganger etter hverandre. Deretter visker han ut to av sifrene. Det 88-sifrede tallet han ender opp med er delelig på 9. Hvor mange forskjellige tall kan han ha endt opp med?

Oppgave 5

Trekanttallene $T_1, T_2, T_3, \ldots$ er definert ved

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Hva er summen av alle positive heltall n slik at T_{n+4} er delelig på T_n?

Oppgave 6

Hvor mange av de 999 positive heltallene mindre enn 1000 kan skrives på formen $a^2 - b^2$, der a og b er heltall?

Oppgave 7

Positive heltall a, b, c oppfyller ligningene $2a + 3b = 5c$ og $a + b + c = 2019$. Hva er den største verdien c kan ha?

Oppgave 8

Hvor mange sammenhengende nuller er det rett etter desimaltegnet i desimalfremstillingen av $10^{320} - \sqrt{10^{640} - 1}$?

Oppgave 9

Hva er det største heltallet under 1000 som er delelig på nøyaktig 20 naturlige tall, medregnet 1 og tallet selv?

Oppgave 10

Overflaten av et konvekst polyeder består av 30 kvadrater, 20 regulære sekskanter, og 12 regulære tikanter. Hvor mange hjørner har det?

Løsningene legges ut 11. januar kl. 17.00 på
abelkonkurransen.no