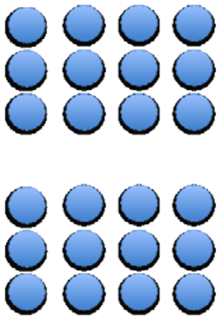
Kvikkbilde – 4 · 3 · 2

Mål

Generelt: Sammenligne og diskutere ulike måter å se et antall på. Utfordre elevene på å resonnere omkring tallenes struktur og egenskaper, samt egenskaper ved regneoperasjoner.

Spesielt: Se tallet 24 på ulike måter ved hjelp av visuelle og symbolske representasjoner. Kommutativ og assosiativ egenskap ved multiplikasjon.

Gjennomføring



Et bilde blir vist til i elevene i ca. tre sekunder. Elevene skal prøve å merke seg hvordan prikkene er organisert, og etter en stund får de se bildet i nye tre sekunder. Elevene kan få bekreftet det de har tenkt eller muligheten til å justere det før diskusjonen starter. Under felles diskusjon må bildet være synlig og brukes aktivt til å sammenligne og resonnere.

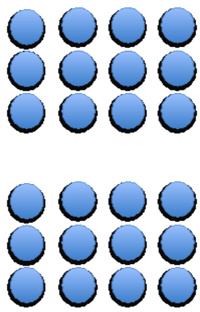
Elevene beskriver hvordan de ser bildet og hvilke strategier de bruker for å finne antall prikker. Etter hvert som elevene forklarer hva de ser, diskuterer man hvordan det kan uttrykkes symbolsk. Videre markeres det på bildet og utrykkene skrives på tavla. Merk at de symbolske utrykkene beskriver en tankegang, og ikke regnestykker som nødvendigvis skal regnes ut.

Det kan være en idé å spare på notatet slik at det kan brukes senere.

I vedlagte undervisningsnotat er det forslag til en progresjon for gjennomføring og retning for en diskusjon som fremmer de faglige målene. Vær påpasselig med å bruke samtaletrekkene slik at elevene både blir oppmerksomme på, og reflekterer over hva andre sier. Gi elevene tid til å tenke.

Det er mulig å gjennomføre opplegget på ca. 15 minutter.

Matematiske sammenhenger



Hensikten med aktiviteten er at elevene skal få erfaringer med at antall prikker i hele figuren er det samme, uansett på hvilken måte elevene organiserer eller deler opp figuren. På bakgrunn av dette kan man diskutere ulike egenskaper ved tall og regneoperasjoner. Bildet til venstre er valgt ut med tanke på å fremheve den kommutative og assosiative egenskapen ved multiplikasjon. De to egenskapene gjør at tre tall som skal multipliseres kan multipliseres i hvilken som helst rekkefølge, svaret blir det samme uansett. Det er et samspill mellom det visuelle og det symbolske som kan bidra til utvikling av forståelse av de matematiske idéene man ønsker å fremheve.

Kommutativ egenskap: a · b = b · a

Kvikkbildet ovenfor kan brukes til å diskutere den kommutative egenskapen ved multiplikasjon.

Multiplikasjonen a · b, der a og b er positive hele tall, kan tenkes som gjentatt addisjon. Konvensjonen er at man tenker "a b-ere", altså at a · b = b + b + ... + b (a ganger). Multiplikasjon er kommutativ (a · b = b · a, for alle tall a og b) og det innebærer at rekkefølgen ikke spiller noe rolle.. Med andre ord b + b + ... b (a ganger) er like mye som a + a + ... + a (b ganger) når a og b er positive hele tall. Når kunnskap om den kommutative egenskapen er etablert, trenger man ikke å være oppmerksom på rekkefølgen av tallene i multiplikasjon. Men når denne egenskapen skal diskuteres, er det nødvendig at man har en felles tolkning av hva a · b som gjentatt addisjon står for.

I en diskusjon om den kommutative egenskapen kan man ta utgangspunkt i en av delene i bildet eller i hele bildet. Vi ser på en av delene, fire kolonner med tre prikker i hver. Antall prikker kan ses som fire 3-ere, altså 4 · 3, og den kan også ses som tre 4-ere, altså 3 · 4. En generalisering (andre tall enn 4 og 3) av bildet kan brukes for å diskutere egenskapen a · b = b · a mer generelt (når a og b er positive hele tall).

Assosiativ egenskap: (a · b) · c = a· (b · c)

En måte å tenke antall prikker på er å se at bilde består av to deler. I hver av delene er det fire kolonner med tre prikker i hver, altså 4 · 3 prikker. Antall prikker totalt kan da uttrykkes symbolsk som (4 · 3) · 2.

Vi kan også se figuren som fire kolonner med seks prikker i hver kolonne, der tre i den ene og tre i den andre delen blir seks. Symbolsk blir dette 4 · (3 + 3) = 4 · (2 · 3). Siden 2 · 3 = 3 · 2 (kommutativitet), så kan vi få uttrykket 4 · (3 · 2).

Siden antallet er det samme uansett hvordan vi ser det, betyr det at (4 · 3) · 2 = 4 · (3 ·2).

Kommutativitet og assosiativitet gjør at tre faktorer kan multipliseres i hvilken som helst rekkefølge, svaret blir det samme uansett. 4 · 3 · 2 = (4 · 3) · 2 = (3 · 4) · 2 = 4 · (3 · 2) = 3 · (4 · 2) = ...osv.

Symbolsk beskrivelse

Elever beskriver ofte sin tankegang i flere steg. Når de skal beskrive tankegangen symbolsk, kan det oppstå feil bruk av likhetstegn, for eksempel 6 · 4 = 24 · 2 = 48. Dette kan gjerne diskuteres eksplisitt. I stedet for å bruke likhetstegnet, kan piler brukes for å beskrive stegene i tenkingen: 6 · 4 → 24 · 2 → 48. Bruk av piler er et steg på veien mot å se flere operasjoner i et og samme uttrykk, gjerne ved bruk av parenteser. Dette vil være sentralt for å kunne diskutere egenskaper ved multiplikasjon og tallenes struktur.

Erfaringer fra utprøving

Aktiviteten er prøvd ut i to klasser på 4. trinn.

Elevene så antallet på ulike måter. Nedenfor er det noen eksempler:

- Det var 12 ovaler i en firkant. 4 bortover og så var det 3 nedover
- Jeg så at det var seks ganger fire
- Først var det fire pluss fire pluss fire. Så to ganger
- Det var tre linjer i en del, to slike. Og så fire i hver linje
- To deler med 12 i hver
- Det er tre ganger fire. Så ganger to.

Når de ulike måtene å se antallet på er presentert (muntlig, på bildet og symbolsk), ledes diskusjonen mot sammenligning av dem. Deretter trekker man frem de betraktningene (måter å se antallet på) som passer til det faglige målet og rette elevers oppmerksomhet mot det.

Under utprøvingen opplevde vi at elevene var opptatte av å gå inn i de ulike måtene å se antallet på og sammenligne dem. Den største utfordringen for elevene var å beskrive tankegangen symbolsk. Her måtte de tenke gjennom hvilken operasjon som skulle brukes, hvilke tall, hvilken rekkefølge av tall og av operasjoner. Bruk av parentesen var lite kjent for elevene, men kom veldig naturlig når elevene skulle forklare hvordan de hadde tenkt. De satte parentes rundt tallene i den regneoperasjonen de tenkte skulle utføres først.

Vi opplevde at elevene var engasjerte i diskusjonen om hvordan de ulike strategiene skulle skrives symbolsk. Elevene var også opptatt av å sammenlikne de symbolske uttrykkene med måter å se bildet på og med den muntlige beskrivelsen av strategien.

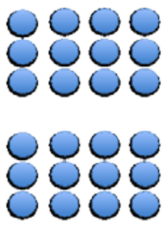
Under utprøvingen ble kommutativitet diskutert ut fra 3 · 4 og 4 · 3. Diskusjonen kom naturlig opp gjennom at noen elevene foreslo at tankegangen skulle skrives som det ene uttrykket, mens andre elever foreslo det andre uttrykket. Læreren gikk inn i måten de hadde tenkt på (gjentakelsen av 3-ere eller 4-ere), og fokuserte på forskjellen i det skriftlige uttrykket ut fra det. Bildet ble brukt for å sammelikne uttrykkene og som en referanse i en diskusjon om hvorfor det ble samme antall prikker uansett om man tenker tre 4-ere eller fire 3-ere.

Etter at den kommutative egenskapen ble diskutert, ble de ulike multiplikative uttrykkene sammenlignet og man så på likheter og forskjeller. Det ble diskutert at det er de samme faktorene som kommer i alle uttrykk, men i ulik rekkefølge og at det er forskjeller ut fra hvilke to faktorer som multipliseres først. Den assosiative egenskapen ble altså diskutert som "når vi har tre tall/faktorer som skal multipliseres, er det ikke viktig hvilke to vi starter med å multiplisere".

Begrepene "kommutativ egenskap ved multiplikasjon" og "assosiativ egenskap ved multiplikasjon" ble ikke brukt under utprøvingen, men kan gjerne brukes i en oppsummering slik at elevene blir kjent med begrepene. De grunnleggende egenskapene ved regneoperasjoner brukes i alle regnestrategier og arbeid med tall generelt. Det kan være en ide at man lager plakater i klasserommet med de ulike egenskapene og illustrasjoner som viser dem slik at elevene blir mer bevisste på dem og utnytter dem i sitt arbeid.

Undervisningsnotat

Mål: Se tallet 24 på ulike måter ved hjelp av visuelle og symbolske representasjoner. Kommutativ og assosiativ egenskap ved multiplikasjon.



Gjenta (og presisere): Du sier at…. Mener du at….
Repetere (og reformulere): Kan du gjenta med egne ord?
Resonnere: Er du enig eller uenig?
Hvorfor? Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?
Tilføye: Har du noe å føye til?
Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.

Progresjon for gjennomføring	**Planlagt retning for diskusjon**
Vis bildet i tre sekunder. TENKETID Vis bildet en gang til, i tre sekunder. TENKETID Vurder om du vil bruke SNU-OG-SNAKK	Det vil ikke være tid nok til å telle. Oppfordre elevene til å se en struktur i bildet. Se etter kjente mønstre eller andre egenskaper ved bildet.
Samtale om de mentale bildene elevene har laget seg: Hvordan så du prikkene eller bildet? Hvordan tenkte du for å finne antall prikker? Ha figuren oppe, og marker på figuren. Utfordre elevene på hvordan vi kan skrive symbolsk det for eksempel Mari har tenkt. SAMTALETREKK	Få elever til å beskrive detaljert hvordan vi ser antallet på. Dersom elevene svarer $4 \cdot 6$, få elevene til å forklare hvordan de så at det var 6 i hver kolonne, om de telte eller så det som $2 \cdot 3$. Få fram ulike måter å se antallet på, og koble bildet, den muntlige beskrivelsen og det symbolske uttrykket sammen. Marker i figuren, grupper prikkene etter elevens forklaringer. Utfordre elevene på symbolsk notasjon som beskriver tankegang i form av ett utrykk.
Kommutativ egenskap: Trekk frem uttrykk som passer for diskusjonen om det, f.eks antall prikker i den ene delen av bildet, $3 \cdot 4$ og $4 \cdot 3$ Generalisering ved å se på et annet eksempel og tilsvarende bilde av prikker ordnet i et rektangel. Assosiativ egenskap: Trekk frem uttrykk som passer for diskusjonen om det, som f.eks. $(4 \cdot 3) \cdot 2$ og $4 \cdot (3 \cdot 2)$ (eller $4 \cdot (2 \cdot 3)$) Dersom en av strategiene som du ønsker å fremheve ikke dukker opp, kan de presenteres for eksempel slik: En elev i en annen klasse skrev dette regnestykket: $4 \cdot (2 \cdot 3)$. Hvordan kan denne eleven ha tenkt?	**Kommutativ egenskap:** Utfordre elevene på å beskrive om de ser den ene delen av bildet som tre 4-ere eller fire 3-ere. Diskuter forskjellen i det skriftlige uttrykket ut fra det. Sammenligning ut fra bildet og diskusjon om hvorfor det ble samme antall prikker i begge måtene. Generalisering: hva med $7 \cdot 15$ (7 15-ere)? Er det det samme som $15 \cdot 7$ (15 7-ere)? Hvordan kan vi være sikre på det uten å regne det ut? Kan vi tenke oss et bilde med prikker som svarer til $7 \cdot 15$ og som kan vise oss at det blir det samme? **Assosiativ egenskap:** Hva er likt og hva er forskjellig mellom de symbolske utrykkene og de to måtene å se prikkene på? Hvorfor blir det likt? Drøfte hva dette innebærer (når vi har tre tall/faktorer som skal multipliseres, er det ikke viktig hvilke to vi starter med å multiplisere). Gjelder det uansett tall? Prøve noen andre eksempler (litt vanskelig å generalisere bildet her)
Oppsummering Spørre elevene hva de syntes var viktig i diskusjonen. Fremheve den kommutative og assosiative egenskapen. Få elever til å delta aktivt i oppsummeringen (samtaletrekk)	Presisere eventuelle uklare formuleringer. Bruke begrepene "kommutativ egenskap ved multiplikasjon" og "assosiativ egenskap ved multiplikasjon", oppsummere muntlig og symbolsk hva de går ut på. Når kan dette være nyttig å bruke?